

Phys. sp.

545

m

Phys. sp. 80

545^m

Reich

V e r s u c h e

über

die mittlere

Dichtigkeit der Erde

mittelst der Drehwage

von

F. Reich,

Prof. der Physik an der K. S. Bergakademie.

Mit 2 lithographirten Tafeln.

Freiberg, 1838.

Verlag von J. G. Engelhardt.



Dem Herrn

Maschinendirector

B r e n d e l

aus Hochachtung

gewidmet

vom

Verfasser.

Dem Herrn

Maschinendirector

Herrn G. H. E. I.

aus Hochachtung

Gewürmet

Sein

Vertrauen

E i n l e i t u n g.

Von den bisher versuchten Bestimmungen der mittlern Dichtigkeit der Erde werden gewöhnlich zwei berücksichtigt und gebraucht: die von Maskelyne und Hutton, und die von Cavendish. Während die erstere nach Playfair's Rechnung 4,71 giebt, findet Cavendish 5,48, oder nach Hutton's Revision der Rechnungen 5,32, so dass zwischen beiden eine sehr bedeutende Differenz Statt findet. Aus den Versuchen selbst lässt sich nicht mit Sicherheit ein Urtheil über den Vorzug der einen oder andern Bestimmung begründen; was darüber gesagt werden kann, ist von Muncke in der neuen Bearbeitung von Gehler's physikalischem Wörterbuche Bd. III. S. 940 ff. sehr erschöpfend auseinander gesetzt worden. Es mag daher nicht als ein unnützes Unternehmen erscheinen, durch neue Versuche die Dichtigkeit der Erde zu messen. Seit längerer Zeit schon hegte ich den Wunsch, die Versuche von Cavendish zu wiederholen; lange aber blieben mir die Schwierigkeiten, die dabei zu überwinden sind, unbesiegbar, bis die von Gauss mit so grossem Erfolge bei den Beobachtungen der Variationen der magnetischen Declination angewendete Poggendorff'sche Spiegelvorrichtung einen grossen Theil dieser Schwierigkeiten besiegte. — Sobald ich daher mit dieser Methode, die sehr geringe Winkelbewegungen irgend eines Körpers mit grosser Genauigkeit und Leichtigkeit aus der Entfernung zu beobachten gestattet, vertraut war, säumte ich nicht länger, zu der Ausführung meines Vorhabens zu schreiten. Im Herbste 1835 begann ich die Versuche vorzubereiten, und die Arbeiten dabei gelegentlich, wie es meine Zeit gestattete,

fortsetzend, war ich im Frühjahre 1837 so weit gelangt, die eigentlichen, zur Berechnung bestimmten Versuche, die nun ziemlich rasch auf einander folgen konnten, anzustellen, und bis zum August desselben Jahres zu vollenden. — In den folgenden Blättern werde ich die ersten, unvollkommenen und vorbereitenden Versuche und Beobachtungen nur in so weit erwähnen, als sie mir einiges Interesse zu haben scheinen. Wer jedoch die Versuche wiederholen wollte, würde sich überzeugen, dass sie nicht so leicht und schnell auszuführen sind, als es nach der Darstellung vielleicht scheinen könnte.

In der Beschreibung des Apparates bin ich etwas ausführlich gewesen. Für eine blosse Uebersicht und Beurtheilung des Gegenstandes dürfte manches Detail überflüssig, bei einer etwaigen Wiederaufnahme ähnlicher Beobachtungen aber dasselbe nicht unwillkommen sein, wie ich denn bei der Beschreibung von Cavendish's Apparat Manches, und namentlich die Angabe, wie mehrere Messungen ausgeführt worden sind, mit Bedauern vermisst habe.

Beschreibung des Apparates.

Will man die Erde wiegen, d. h. will man ihre Masse mit der eines andern Körpers vergleichen, und daraus und aus ihrem bekannten Volumen ihre mittlere Dichtigkeit, die allein von Interesse sein kann, bestimmen: so kommt es darauf an, die Anziehung, die irgend ein zum Vergleich dienender Körper in bekannter Entfernung auf einen dritten Körper ausübt, mit der Anziehung, welche der letzte von der Erde erfährt, oder mit seinem absoluten Gewichte zu vergleichen. Da aber, wegen der verhältnissmässig zur Masse der Erde sehr geringen Masse aller Körper, die uns zu Gebote stehen, ihre Anziehung äusserst gering ist, so wird die Wahl der Mittel, welche diese kleine Kraft nicht allein erkenntlich, sondern auch messbar machen, beschränkt. Ich bediente mich dazu, nach dem Vorgange von Mitchell und Cavendish, der Drehwage, bei welcher bekanntlich die Torsionskraft eines elastischen Fadens zum Maass jener kleinen Kraft dient. Eben wegen dieser Kleinheit der zu messenden Kraft bedarf der Apparat eine sehr grosse Beweglichkeit, und deshalb ist es wiederum unerlässliche Bedingung,

alle fremdartigen Einflüsse auf die Bewegung desselben möglichst zu entfernen. Am schwierigsten ist das in Hinsicht auf die Luft zu erreichen, und es war daher vor Allem darauf zu denken, den Apparat so aufzustellen, dass die ihn umgebende Luft in möglichster Ruhe erhalten werden konnte. Dieses ist nur in einem Raume von recht gleichförmiger Temperatur zu erreichen, und deshalb stellte auch Cavendish seine Drehwage in einem dunkeln Zimmer auf. Ich würde, und gewiss mit vielem Vortheile, einen engen, immer unveränderliche Temperatur besitzenden Grubenraum gewählt haben, hätte nicht die grosse Unbequemlichkeit, zu jeder Beobachtung hinabfahren zu müssen, sich dem entgegengestellt. Deshalb zog ich es vor, einen leerstehenden Keller im hiesigen Bergakademiegebäude zu benutzen, zu Vermeidung alles Luftzuges seine Oeffnungen nach der Strasse zu verstopfen, und nur eine einzige, luftdicht zu verschliessende Thür als Zugang zu lassen. Auf Tafel I. Fig. 1 ist *A B C D* ein Längendurchschnitt des Kellers parallel der ohngefähr von Süd nach Nord gerichteten Axe seines Gewölbes; über *A D* hinaus erstreckt er sich fast noch eben so weit, als der hier dargestellte Raum beträgt. *E F* ist die Thüre. An ein in der Mitte der Decke gut befestigtes Holzstück *G* ist mittelst einer Eisenplatte ein um eine verticale Axe drehbares Messingstück angeschraubt, das oben ein gezahntes Rad, unten aber eine mit einem winkligen Einschnitte versehene kleine Messingplatte trägt, so dass die Winkelspitze dieses Ausschnitts in die Drehungsaxe des ganzen Stücks fällt. In das gezahnte Rad greift eine Schraube ohne Ende. Diese Vorrichtung ist Taf. II. Fig. 5 und 6 in einem Maassstabe, der doppelt grösser als der darunterstehende, abgebildet. In die Schraube ohne Ende greift ein Schlüssel, der durch einen dünnen Eisenstab, *a b* Fig. 1, bis vor die Thür verlängert ist, so dass man von dort aus diesen Theil nach Belieben drehen konnte. Der daran befestigte übersilberte Kupferdraht, *c d* Fig. 1, ging über den Ausschnitt am untern Theile des beschriebenen Messingstücks in *e* Fig. 5 und 6, und war oberhalb an einem seitwärts befindlichen Knöpfchen befestigt. Die Länge dieses Drahtes von einem Befestigungspuncte zum andern betrug 1212 Millimeter, sein Durchmesser 0,4 Millimeter. Am untern Ende bei *D* stand der Draht durch eine Klemme mit dem Messingwerke in Verbindung, welches sowohl

zum Träger des Spiegels, als zur Aufnahme des Armes, *g h* Fig. 1 und 2, bestimmt war. Den Spiegelträger enthalte ich mich näher zu beschreiben, da er der Hauptsache nach hinlänglich aus dem ersten Hefte der Beobachtungen des magnetischen Vereins, herausgegeben von Gauss und Weber, bekannt sein dürfte. Eben so übergehe ich aus demselben Grunde die weitere Auseinandersetzung der Beobachtungsart mit diesem Spiegel, und erwähne nur, dass er hier in der Mitte des horizontal schwingenden Armes angebracht werden musste, um die Symetrie desselben möglichst wenig zu stören, um dessen Trägheitsmoment nicht sehr zu vergrössern, und um keine Correctionen wegen seiner eignen Anziehung nöthig zu machen. Der angewendete Spiegel war ein kleiner runder, durch Herrn Meyerstein in Göttingen aus der Utzschneiderschen Fabrik zu München erhalten. Spiegelfassung, Spiegel und Hülse wogen 160,53 Gramm.

In der mit der Spiegelfassung verbundenen Hülse steckte, auf die aus der Figur ersichtliche Weise festgeschraubt, der horizontale Arm. Er war höchst einfach aus einem ausgesuchten, ganz astfreien Stücke Fichtenholz gefertigt, und bewährte sich in sofern vollkommen, als er sich weder beim Feucht- noch beim Trockenwerden krümmte. Er war in der Mitte 33,0 Millimeter,

an den Enden 12,0 „ hoch,

durchaus 10,4 „ breit und

2019 „ lang.

Sein Gewicht betrug feucht 217 Gramm.

In diesem Arme befanden sich 4 stählerne Spitzen *g i k* und *h*, Fig. 1 und 2, von denen die beiden äussern 2001,7, die beiden innern 1000,5 Millimeter von einander abstanden. Ihre Entfernung wurde gemessen, während der Arm derselben Belastung, also auch derselben Krümmung unterworfen war, wie bei den Versuchen selbst. Die beiden äussern Spitzen dienen zum Anhängen der Kugeln *l* und *m*, Fig. 1. Die Art des Aufhängens ist in einem Maassstabe, der vierfach grösser als der darunterstehende, in Fig. 7 dargestellt. Man sieht hier den Querschnitt des hölzernen Armes, den ihn umgebenden messingenen Bügel, oben mit einer Schraube auf der im Arme befestigten Spitze aufstehend, und unten den dünnen Draht tragend, an dem weiter unten die Kugel hängt.

Vermittelst der Schraube konnte man die Kugel etwas heben und senken; die ganze Vorrichtung aber bewirkte, dass der Schwerpunkt der Kugel sich vertical unter die Spitze in die Verlängerung ihres Aufhängedrahtes stellte, und daher die Entfernung der Kugeln von einander ebenfalls 2001,7 Millimeter betrug.

Zu Ermittlung des Trägheitsmomentes des Armes dienten die Gewichte, welche Fig. 8 nach 2 Ansichten in doppelt grösserm Maassstabe zeigt; sie konnten sowohl an die äussern Stifte *g* und *h*, als an die innern *i* und *k* gehängt werden.

Die Kugeln waren von einer Composition von Zinn, Wismuth und etwas Blei. Sie wurde gewählt, weil sie von den früher vorgenommenen Fallversuchen vorhanden war, und eine sehr gleichförmige, dichte Masse lieferte. Ihr Mittelpunkt befand sich 770 Millimeter unter dem Mittel des Armes; diese grössere Entfernung wurde gewählt, damit die Anziehung der sie seitwärts ziehenden Massen wenig auf den Arm wirken, und daher die deshalb nöthige Correction gering ausfallen sollte.

Nach vor und nach den Versuchen vorgenommenen genauen Wägungen wog die südliche Kugel	484,207	Gramm,
die nördliche „	484,220	„
daher das mittlere Gewicht einer Kugel	484,213	„ ferner
das mittlere Gewicht jeden Bügels	2,075	„ und
„ „ „ „ Drahtes	0,148	„
so wie das eine Bleigewicht (Fig. 8)	486,429	„
das andere	486,427	„
Mittel	486,428	„

Dieser ganze Apparat ist, ohne in Berührung damit zu stehen, in einem Gehäuse von fichtenem Holze eingeschlossen, dessen Gestalt aus Fig. 1 sich hinlänglich ergibt, nur dass der Kasten, in welchem sich der horizontale Arm befindet, noch mit einem Deckel verschlossen wurde. Die verticalen Röhren, in welchen die die Kugeln tragenden Drähte hinabgehen, sind nur so weit genommen, als die freie Bewegung des Armes erfordert, um die Circulation der Luft in ihnen möglichst zu verhindern. Ist das Gehäuse geschlossen, so bleibt bloss eine kleine Oeffnung in der Mitte des Deckels des horizontalen Kastens zum

Durchgang der Verbindungsstücke zwischen Hülse und Spiegelfassung, und eine grössere Oeffnung in der mittlern verticalen Röhre vor dem Spiegel. Zu verschiedenen Zwecken konnten aber einzelne Theile des Gehäuses geöffnet werden, und zwar: die verticale mittlere Röhre hinter dem Spiegel bei n , um mit dem Fernrohre hindurch nach einer Mire sehen und sich von dem unverrückten Stande des Fernrohres überzeugen zu können; der horizontale Kasten an seiner ganzen obern Seite; die beiden engen, verticalen Röhren an den Puncten o und p auf der vordern und hintern Seite, um nach den die Kugel tragenden Drähten sehen und den Abstand des Schwerpunctes der Kugel von dem der anziehenden Masse messen zu können; endlich zwei Schieberthüren neben jeder der beiden Kugeln, um zu diesen zu gelangen. Die untersten Theile des Gehäuses waren, wie Fig. 1 zeigt, 1 Fuss tief in den Kellerboden eingegraben, inwendig aber wieder eben so hoch als auswendig mit Sand ausgefüllt. In den Seitenwänden des horizontalen Kastens befanden sich in der Höhe des Armes vier Messingschrauben nahe an den beiden Enden und paarweise einander gegenüber stehend. Sie sind aus Fig. 2 und 3 ersichtlich und haben einen doppelten Zweck. Zwei davon, die nördlichen, dienten dazu, die Schwingungen des Armes zu begrenzen, und wurden so gestellt, dass der Arm bei grossen Schwingungen an sie anschluss, aber ein Anstossen der Kugeln oder des sie tragenden Drahtes an das Gehäuse verhindert wurde; die südlichen aber wurden gebraucht, um den Arm bei vorzunehmenden Messungen festzuklemmen, während sie bei den eigentlichen Beobachtungen weit genug zurückgedreht wurden, um nicht mehr von dem Arme getroffen zu werden.

Nach dem Spiegel ist das in der Thür des Eingangs befindliche Fernrohr H Fig. 1 gerichtet, und in ihm erblickt man die mittelst des Hohlspiegels I von der ausserhalb stehenden Lampe L erleuchtete Skale K . Zu diesem Endzwecke ist in der Thüre vor der Lampe ein Glasfenster angebracht. Der Hohlspiegel wirft das Licht immer nur auf einen kleinen Skalentheil, allein man kann durch horizontales Verrücken der Lampe leicht den Punct beleuchten, dessen man grade bedarf. Die Skale war in Millimeter getheilt, und umfasste nur 110 Theile, was grade hinreichte. Die horizontale Entfernung des Spiegels

von der Skale betrug mit Rücksicht auf die Glasdicke und auf die Refraction der Lichtstrahlen im Glase 4523 Millimeter. Da nun die Entfernung des Schwerpunctes einer Kugel von der Drehungsaxe 1000,85 Millimeter war, so wird jedes im Spiegel beobachtete Millimeter Aenderung des Standes des Armes eine Bewegung des Schwerpunctes der Kugel $= \frac{1000,85}{2.4523} = \frac{1}{9,0383}$ Millimeter anzeigen.

Das Fernrohr hatte nur eine verticale Bewegung, stand auf einem zwischen das Mauerwerk der Thüre eingetriebenen Balken, und wurde nach der schon erwähnten Mire eingestellt. Diese war so weit hinter dem Spiegel angebracht, als die Skale davor lag, und konnte daher auf der Tafel nicht mehr angegeben werden.

M ist der Durchschnitt eines als Tisch dienenden Bretes.

Als anziehende Körper dienten kugelförmige Massen, *N* und *N* in Fig. 1 und 3, gewöhnlich von Blei, ausnahmsweise von Gusseisen. Da ich immer nur eine auf ein Mal gebrauchte, so hätte ich davon auch nur eine von jeder Art bedurft, jedoch waren zwei vorhanden, indem ich nach Cavendish eine gemeinsame Wirkung beider anfangs beabsichtigte, später aber nicht rathsam fand. Diese mit messingenen Henkeln versehenen Massen hingen mittelst starker Messingdrähte an den Kloben *q*, Fig. 1 und 3, deren Räder auf horizontalen eisernen Schienen *r s* Fig. 1 und 3 liefen, und mit zwei Paaren daran befestigter Schnuren hin und her gezogen werden konnten. Eine Schnur von jedem Paare war über eine Rolle *t*, Fig. 1 und 3, und beide Schnuren waren ferner durch die Thüre des Eingangs geführt, so dass man die Massen ausserhalb in Bewegung setzen konnte. In der Mitte der Länge war jede Schiene oben etwas ausgehöhlt, damit der Kloben und die daran hängende Masse hier von selbst aufgehalten wurden, und nur mit einiger Anstrengung weiter oder wieder zurückbewegt werden konnten. Fiel das Rad des Klobens in diese Vertiefung, so setzte sich die übrigens frei schwebende Masse auf ein untergelegtes Bret auf, und wurde so am Hin- und Herschwingen verhindert.

Das absolute Gewicht der grossen Kugeln, welche zum Unterschiede von den kleinen, am Arm hängenden, fernerhin die Massen heissen mögen, wurde in Gemeinschaft mit Herrn Bergmechanikus

Lingke auf einer Wage bestimmt, die bei 1 Centner Belastung noch einen deutlichen Ausschlag für 1 Quentchen gab. Das Wiegen geschah mit bleiernen Gewichten, die mit einem genauen Kilogramm verglichen wurden, und ein Pfund = 467,447 Gramm gaben. Da diese Vergleichung in der Luft geschah, so wird eine Reduction des Gewichtes der Massen auf den luftleeren Raum unnöthig. Man fand das Gewicht der ersten bleiernen Masse 96,281 Pfd. = 45006 Gramm,

„	„	„	zweiten	„	„	96,281	„	=	45006	„
„	„	„	ersten eisernen	„	„	64,527	„	=	30163	„
„	„	„	zweiten	„	„	64,223	„	=	30021	„

wobei der oben angeschraubte messingene Henkel mit gewogen wurde. Die Massen wurden sämmtlich bis an den Henkel ins Wasser getaucht, wobei ihr Gewichtsverlust der Reihe nach betrug

4119,4 Gramm

4096,6 „

4240 „

4243 „

woraus sich ihr specifisches Gewicht ergibt

10,9255

10,9865

7,1143

7,0746

und ihr Halbmesser

99,468 Millimeter bei 15,1 C.

99,284 „ „ 15,1 „

100,426 „ „ 14,8 „

100,458 „ „ 15,0 „

Der Halbmesser war 0,1 Meter für jede Masse bestellt worden; man sieht hieraus, dass der der Bleimassen etwas kleiner, der der Eisenmassen etwas grösser ausgefallen war. Dieser und das specifische Gewicht werden nicht weiter gebraucht.

Die Mitte des Klobens ist vom Mittelpunkte der Masse 2080 Millimeter entfernt, der Draht ist 1820 Millimeter lang, sein unteres Ende 105 Millimeter vom Mittelpunkte der Masse entfernt, und seine Dicke beträgt 3,8 Millim. Der Kloben wiegt 2090, und der Draht 184,8 Gr.

Unter der Mitte des Apparates war im Boden ein Holzpflöck *O* Fig. 1 befestigt, der eine nach unten sich conisch verengende Messinghülse enthielt. Sie diente zur Aufnahme eines kupfernen, cylindrischen Stabes, an welchem sich ein mit einem Niveau verbundenes, horizontales Diopter auf und nieder verschieben liess, um mit demselben sich zu überzeugen, dass die Mittelpuncte der Kugel und der derselben genährten Masse in einer Horizontalebene lagen.

Um den Apparat herum standen, im Boden und an der Decke befestigt, vier senkrechte Balken, *P* Fig. 1, 2 und 3. Sie dienten zur Befestigung theils der horizontalen eisernen Laufschiene *r s*, Fig. 1 und 3, theils von drei horizontalen Bretern an jeder kurzen Seite *Q*, *R* und *S*, Fig. 1 und 2.

Das Bret *Q* war bestimmt, darauf den Fig. 9 in drei Ansichten dargestellten Apparat zu Messung des Abstandes des Schwerpunctes einer Kugel von dem einer genährten Masse zu befestigen. Er besteht in einem Lineale, auf welchem sich ein verticales, normal auf die Länge des Lineals gerichtetes Diopter verschieben lässt. Das Lineal sowohl, als das Diopter sind mit einer Marke versehen. Will man den Abstand einer Kugel von einer genährten Masse messen, so wird das Lineal rechtwinklig auf die Richtung des Arms auf das Bret *Q* aufgeschraubt, das Gehäuse geöffnet, das Diopter auf den die Kugel tragenden Draht eingestellt, und die Entfernung der Marke des Diopters von der des Lineals mittelst eines Zirkels und genauen Maassstabes gemessen. Dann wird mit dem Diopter der die Masse tragende Draht anvisirt, jedoch seiner beträchtlichen Dicke wegen nicht seine Mitte, sondern seine beiden Ränder, jedesmal die Entfernung der Marke des Diopters von der des Lineals gemessen, und daraus das Mittel genommen. Aus den Abständen der Marke des Diopters von der festen Marke des Lineals für den einen und andern Draht ergab sich der Abstand beider Drähte, und somit auch der der Schwerpuncte beider Kugeln. Damit wegen der Steifigkeit des dicken Drahtes kein Fehler entstehe, war es nöthig, die Masse so zu drehen, dass die Biegung des untern Oehres in die Vertikalebene des Diopters fiel.

Die Breter *R R*, Fig. 1, hatten die Bestimmung, zwei Latten, *T* und *T*, Fig. 1 und 2, zu tragen, die der Länge des Gehäuses parallel

laufen, und die Massen abhalten, bei ihrer Hin- und Herbewegung sich dem Gehäuse bis zum Anschlagen zu nähern. Hängen die Massen ruhig, so liegt der sie tragende Draht nicht an diesen Latten an.

Die Breter *S S*, Fig. 1 und 2, dienen zum Anschrauben der in Fig. 10 nach doppeltem Maasstabe dargestellten Vorrichtung, mittelst welcher ein genaues Einstellen der Massen bewirkt wird. Sie besteht in einer eisernen Platte mit zwei convergirenden, vorn mit Holzkappen versehenen Schrauben. Sie wird an derjenigen Seite, wo man die Beobachtungen anstellen will, auf einem jener Breter befestigt, die Schrauben werden zurückgedreht und die Masse wird so eingestellt, dass die Axe ihres Drahtes und der feine, die Kugel tragende Draht in einer auf die Richtung des Armes normalen Verticalebene liegen, was sich durch Anlegen eines Winkels oder des oben beschriebenen Diop- ters leicht bewerkstelligen liess. Dann wurden die Schrauben so weit vorgestellt, dass ihre hölzernen Kappen eben mit der Masse in Berüh- rung kamen. Brachte man dann diese von aussen wieder in die Nähe der Kugel, nachdem sie entfernt worden war, so legte sie sich an die Schrauben an, und blieb fast genau in dieser Lage, wenn man auch den Kloben etwas weiter fortzog, als eigentlich geschehen sollte.

Verfahren bei Anstellung der Versuche.

Bei jedem Versuche waren drei Grössen zu bestimmen:

- die Entfernung des Mittelpunctes der Masse von dem der Ku- gel bei genäherter Masse,
- die Schwingungszeit des Armes mit den Kugeln,
- die Grösse der Ablenkung der Kugel, wenn man die Masse von der mittlern oder indifferenten in die genäherte Lage brachte.

Die Schwingungszeit glaubte ich anfangs ein für alle Mal durch vorläufige Versuche bestimmen zu können, ich machte aber in dieser Hinsicht dieselbe Erfahrung wie Cavendish, dass nämlich die Schwin- gungszeit ziemlich veränderlich ist, ohne davon die Ursache angeben zu können. Da nun ohnehin die Gleichgewichtslage des Armes nie- mals in völliger Ruhe desselben, sondern aus den Extremen seiner

Schwingungsbögen bestimmt werden muss, so zog ich es vor, fast ohne Ausnahme bei jeder Beobachtung des Standes des Armes auch seine Schwingungszeit zu bestimmen, und bei jedem Versuche die durch diesen selbst gefundene in Rechnung zu bringen.

Von den beiden Massen hing die eine in Westen, die andere in Osten von dem Arme; brachte man die westliche Masse an das Südende, oder die östliche Masse an das Nordende, so wurde der Arm so abgelenkt, dass die Zahlen der Skale zunahmen, und es heisse daher diese Lage der Massen die positive oder das Plus; eben so ist die westliche Masse in Nord und die östliche Masse in Süd in der negativen Lage oder im Minus. Befindet sich eine Masse in der Mitte, so ist ihre Wirkung auf beide Kugeln gleich, aber entgegengesetzt, und sie steht dann im Null. Bei Cavendish waren die Massen so verbunden, dass nothwendig beide entweder gar nicht, oder positiv, oder negativ wirken mussten. Dadurch wird die Wirkung allerdings verdoppelt, und, bringt man beide Massen sogleich aus Plus in Minus, oder umgekehrt, sogar vervierfacht. Da indessen die Entfernung der Masse von der Kugel in jeder der vier Lagen der erstern eine etwas verschiedene war, so schien es mir einfacher und sicherer, jedes Mal nur eine Masse zur Wirkung zu bringen, und diese nur vom Null nach einer Seite hin und zurück zu bewegen.

War die Masse, mit welcher, und die Seite, auf welcher operirt werden sollte, bestimmt, so stellte man die unthätige Masse auf Null, die thätige aber auf der gewählten Seite neben der Kugel ein. Darauf folgte zuerst die Einstellung der Mittelpunkte von Masse und Kugel in dieselbe Horizontalebene. Zu diesem Ende wurde in *O* Fig. 1 der kupferne Stab mit seinem verschiebbaren Diopter fest aufgerichtet, die Schieber auf beiden Seiten der Kugel wurden geöffnet, hinter die Kugel und die Masse ein weisses, beleuchtetes Papier aufgestellt, und das Diopter so gerichtet, dass der Faden nach und nach als Tangente der Kugel und der Masse sowohl oben als unten erschien, wobei sorgfältig das mit dem Diopter verbundene Niveau einzustellen war. In jeder dieser vier Lagen des Diopters mass ich die Entfernung eines Randes seiner Hülse von einer festen Marke auf dem kupfernen Stabe, und aus diesen vier Messungen ergab sich, ob die Mittelpunkte beider Kugeln sich

in derselben Höhe befanden oder nicht. War letzteres der Fall, so wurde die Masse, oder auch bei kleinen Differenzen die Kugel, herauf- oder herabgeschraubt, und wieder gemessen, bis die verlangte Coincidenz erreicht war. Dabei glaube ich höchstens um 1 Millimeter gefehlt zu haben, was das Resultat im Verhältniss von 1 : 1,00005 verändert, also ganz unbedenklich ist.

Nach Beendigung dieser Operation stellte ich die Masse so ein, dass die durch die Axe ihres Aufhängedrahtes und durch den Draht der Kugel gelegte Verticalebene winkelrecht auf der Richtung des Armes stand, worauf die zum Festhalten der Masse in dieser Stellung dienenden Schrauben eingestellt wurden.

Ferner klemmte ich mittelst der südlichen Schrauben des Gehäuses den Arm fest, jedoch so, dass er noch einen ganz geringen freien Spielraum behielt, weil bei völligem Anziehen der Schrauben diese die Lage des Armes merklich änderten.

Nun wurde zu Messung der Entfernung zwischen Masse und Kugel das Lineal mit dem Diopter festgeschraubt, das Gehäuse bei n und o geöffnet, die Mire beleuchtet, das Fernrohr zuvörderst auf diese und sodann auf den Spiegel gerichtet, der beobachtete Stand des Armes notirt, und endlich die Entfernung beider Drähte gemessen. Diese Messung wurde zwei oder drei Mal ausgeführt, und in der Regel auch nach Beendigung der eigentlichen Versuche mit derselben Masse an derselben Seite eben so oft wiederholt, aus allen Messungen aber für die in Rechnung zu bringende Entfernung das Mittel genommen. Der Deutlichkeit wegen führe ich hier als Beispiel die eine dieser Messungen ausführlich an, während ich weiter unten bei den Versuchen selbst nur die Resultate geben werde.

A. Vor den Versuchen.

Fernrohr auf die Mire, etwas verrückt, wird eingestellt.

Stand des Armes zwischen 48,5 und 48,9 = 48,7

Entfernung der Marke des Lineals von der des Diopters bei Einstellung des letztern auf den

Faden der nördlichen Kugel = 132,8^{mm}

westlichen Rand des Drahts der östlichen Masse = 45,1

östlichen „ „ „ „ „ „ = 48,7

Mittel . 46,9

Summa 179,7

Die östliche Masse wird entfernt und wieder bis zum Anschlagen genähert.

Fernrohr auf die Mire, steht gut.

Stand des Armes zwischen 48,4 und 50,0 = 49,2

Faden der nördlichen Kugel 132,9

westliche Rand der östlichen Masse 45,4

östliche „ „ „ „ 49,3

Mittel . 47,35

Summa 180,25

Daher Entfernung der nördlichen Kugel von der östlichen Masse bei 48,95 Stand des Armes, oder $E = 179,975^{\text{mm}}$.

B. Nach den Versuchen.

Mire gut.

Stand zwischen 71,9 und 72,5 = 72,2

Oestliche Rand der östlichen Masse 49,7

Westliche „ „ „ „ 46,2

Mittel . 47,95

Faden der nördlichen Kugel 129,6

Summa 177,55

Oestliche Masse wird entfernt und wieder genähert.

Faden der nördlichen Kugel 129,2

Westliche Rand der östlichen Masse 46,2

Oestliche „ „ „ „ 50,1

Mittel . 48,15

Summa 177,35

Stand des Armes zwischen 71,9 und 72,5 = 72,2.

Mire gut.

Also Entfernung der nördlichen Kugel von der östlichen Masse

bei 72,2 Stand des Armes, oder $e = 177,45^{\text{mm}}$.

Um aus diesen Bestimmungen die Entfernung der Masse von der Kugel bei irgend einem andern Stande zu berechnen, dient die Formel

$$E = e \mp \frac{\Delta - \delta}{9,0383} \text{ (conf. S. 11),}$$

wo E die gesuchte Entfernung für den Stand des Armes Δ , e die gemessene Entfernung bei dem Stande δ bezeichnet, und das positive Zeichen gilt, wenn die Massen im Minus (die östliche in Süd und die westliche in Nord), das negative Zeichen, wenn die Massen im Plus stehen. Dieselbe Formel dient, die Messung bei einem Stande des Armes mit der bei einem andern zu vergleichen, und so erhalten wir, wenn wir die letzte Messung auf den bei der ersten beobachteten Stand reduciren

$$E = 177,45 - \frac{48,95 - 72,20}{9,0383} = 180,022.$$

Die erste Messung gab 179,975

Mittel 179,998

Die Differenz von 0,047^{mm} zwischen beiden Messungen ist ohne merkbaren Einfluss. Es sind grössere Differenzen vorgekommen, wie die Resultate unten zeigen werden, doch bleiben sie immer so klein, dass die davon herrührenden Fehler gegen andere so gut als verschwinden.

Nach beendigter Messung wurden die südlichen Schrauben gelöst, so dass der Arm frei zwischen den nördlichen hin und her schwankte, diese wurden aber so gestellt, dass die Extreme des Standes ohngefähr mit den Enden der Skale zusammentrafen; alsdann betrug der Spielraum des Armes am Ende etwa 10^{mm}. Sodann wurde das Gehäuse überall gut verschlossen, mit der Thür des Kellers eben so verfahren und der Apparat mehrere Tage sich selbst überlassen, damit sich im Innern eine gleichmässige Temperatur herstellen, und jede Luftbewegung möglichst aufhören konnte.

Sollte eine eigentliche Beobachtung beginnen, so musste zuerst durch Verschieben der Lampe der Stand des Armes aufgesucht werden. Waren ähnliche Beobachtungen schon vorhergegangen, so war er fast genau derselbe geblieben, und ich wusste vorläufig, wo ich ihn zu suchen hatte; war die Beobachtung die erste nach einer Unter-

brechung, so konnte der Stand nicht bekannt sein, war aber auch ohne grosse Mühe aufzufinden. Nachdem der Draht erst kürzlich aufgehängt worden war, zeigte er durchaus nicht dieses constante Verhalten, sondern eine Tendenz, sich immer mehr nach der einen Seite hin zu drehen. Anfangs war das sehr bedeutend, und konnte in wenigen Schwingungen beobachtet werden; nach und nach wurde es immer geringer, und war erst merklich, wenn man nach Stunden oder endlich Tagen Zwischenzeit wieder nachsah; aber vielleicht erst, nachdem er ein halbes Jahr derselben Belastung unverändert war ausgesetzt worden, war diese Drehung ganz unmerklich. Bei den Versuchen selbst habe ich sie nicht mehr verspürt, und in so fern war es ein Vorthail, dass die Vorbereitungen, die vorläufigen und die noch nicht mit allen nöthigen Vorsichtsmaassregeln und Messungen ausgeführten, und daher nicht gebrauchten Beobachtungen so viele Zeit, etwa $1\frac{1}{2}$ Jahre, hinwegnahmen.

Hatte man den Stand des Armes gefunden, so musste derselbe in Bewegung gesetzt werden, sei es nun, dass er an einer Seite an einer Schraube angelegen, sich daher an der Grenze des ihm zum Durchschwingen gestatteten kleinen Raumes befunden hätte, oder dass er ganz frei schwebend gefunden worden wäre. Im erstern Falle konnte sein Stand natürlich gar nicht gebraucht werden, aber auch im letztern beobachtete ich nicht von dem Stande der Ruhe aus, sondern brachte den Arm immer erst ins Schwingen. Diess geschah durch ein geringes Drehen der Schraube ohne Ende. Es geschah, und vornämlich wegen eines beträchtlichen todten Ganges des langen Schlüssels, leicht, dass ich zu stark drehte, so dass der Arm an der einen Seite zum Anschlagen kam. In solchem Falle musste mit der Beobachtung gewartet werden, bis der Arm entweder nach und nach von selbst, oder durch entgegengesetztes Drehen der Schraube ganz frei schwang. Oft wurde darüber die ganze zu Gebote stehende Beobachtungszeit versäumt und kein Resultat erhalten. Ein anderer Umstand, der auch zu Zeitverlust führte, war das Anlaufen der Gläser des Fernrohrs. Da nämlich der Keller sehr feucht war, so beschlugen die Gläser, sobald man die Lampe anzündete, und durch die eigene Nähe die Metalltheile des Fernrohrs erwärmte. Dieses war grade zur Zeit der meisten

Beobachtungen im Juni und Juli, indem während sehr hoher Lufttemperatur der Keller noch sehr kalt war, am schlimmsten; im Herbst und Winter hatte ich davon gar nichts bemerkt. Indessen konnte ich deshalb die Beobachtungen, da einmal alles bis zu ihrer Ausführung gereift war, unmöglich verschieben, und auf der andern Seite dürften weniger Luftströmungen in einem Keller zu befürchten sein, der kälter ist, als die äussere Luft, als in einem solchen, der wärmer ist. Zu Beseitigung des genannten Uebelstandes konnte ich nur Geduld anwenden; die Oculare liessen sich nämlich wohl herausschrauben und abtrocknen, aber mit dem Objective ging das nicht an, ohne die Thür zu öffnen, was ohne Störung der Versuche ganz unthunlich war. Es blieb daher nichts übrig, als abzuwarten, bis durch die ohnediess darunter stehende Lampe das Fernrohr so durchgewärmt war, dass die Gläser von selbst abliefen, was zuweilen eine Stunde erforderte. Zuweilen habe ich durch Erwärmung mit einer unter das Fernrohr gehaltenen Spirituslampe etwas nachgeholfen.

War endlich die Skale deutlich zu sehen und der Arm in freiem Schwingen begriffen, so beobachtete ich zwei auf einander folgende Extreme, woraus ich, mit Berücksichtigung der mir schon bekannten Abnahme der Elongationen, zwei nahe beisammen liegende Theilpuncte bestimmen konnte, zwischen welche der mittlere Stand des Armes fallen werde, um durch Beobachtung der Momente, zu welchen der eine und der andere dieser Puncte der Skale im Fernrohr das Fadenkreuz passirte, die Schwingungsdauer zu bestimmen. Zu diesen Theilpuncten wählte ich aber nicht wirkliche Theilstriche, sondern halbe Theile, weil ich bei den vorläufigen Beobachtungen bald fand, dass sich bei der langsamen Bewegung des Armes immer viel genauer der Zeitpunkt bestimmen liess, zu welchem der Faden im Fernrohre einen Theil genau halbirte, als zu welchem er einen Theilstrich deckte. Z. B. die erste Beobachtung des Arms gab die Extreme 51,1 und 95,2, das Mittel daraus ist 73,15. Da jedoch bei Schwingungen von dieser Grösse die Elongationen um 4 bis 6 Theile abnehmen, so ist das Mittel um etwa $1\frac{1}{2}$ Theile zu klein, und das richtige Mittel wird gegen 75 betragen. Ich wähle daher die Puncte 74,5 und 75,5, und beobachte von nun an bei jeder Schwingung den Chronometerschlag, zu welchem der Arm

durch diese Punkte hindurchgeht, eben so fortwährend die Extreme seiner Elongationen, z. B.

Extreme	erstes Mittel	zweites Mittel.	Zeit des Durchganges	
			bei 74,5	bei 75,5
51,1 ?	73,15 ?	74,575 ?	IV ^h 27' 36,8"	IV ^h 27' 30,8"
95,2	76,00	74,925	„ 34 21,2	„ 34 29,2
56,8	73,85	74,875	„ 41 22,4	„ 41 12,4
90,9	75,90	75,075	„ 47 59,2	„ 48 10,8
60,9	74,25			
87,6				

Das erste mit einem ? versehene Extrem war unsicher, und wird deshalb ausser Betracht gelassen. Aus den übrigen zweiten Mitteln wird der Durchschnitt als der Stand angenommen, auf welchen der Arm bei endlicher Beruhigung gekommen wäre, also hier 74,9583.

Die ersten Mittel können nicht als richtige Angaben des mittleren Standes des Armes gelten wegen der abnehmenden Elongation. Die zweiten Mittel sollten eigentlich, bis auf eine von der Verminderung der Abnahme der Elongation herrührende Kleinigkeit, constant sein; sie weichen aber immer etwas von einander ab, was auf einen störenden, fremdartigen Einfluss schliessen lässt. Bei Cavendish war diese Veränderlichkeit des Standes des Armes so gross, dass er sich genöthigt sah, immer nur ein Mittel, das erste oder letzte, je nachdem die Beobachtung mit einer vorhergehenden oder nachfolgenden verglichen werden sollte, zu benutzen. Bekanntlich leitete er die Ursache von Luftströmungen ab, die im Innern des Gehäuses durch die etwas verschiedene, gewöhnlich höhere Temperatur der genäherten Massen hervorgebracht wurden. Bei meinen Beobachtungen hatten diese Aenderungen des mittleren Standes des Armes nicht diesen regelmässigen Charakter, waren auch glücklicherweise verhältnissmässig weit kleiner, was ich der günstigen Localität zuschreibe, so dass ich, wie oben gesagt, den Durchschnitt aus allen beobachteten zweiten Mitteln als den wahren mittleren Stand annehmen musste und konnte.

Um die Schwingungsdauer des Armes aus Beobachtungen, wie die oben angeführte, abzuleiten, verfuhr ich etwas anders als Cavendish,

und, wie ich glaube, richtiger. Ich will darüber hier nur anführen, dass wenn ich auch die Methode von Cavendish zur Berechnung der Schwingungszeiten angewendet hätte, ich keine merklich verschiedenen Werthe gefunden haben würde, während man aus Cavendish's Versuchen mit meinem Verfahren von den seinigen ziemlich abweichende Resultate bekommt. Der Grund davon ist, dass bei mir die beiden Punkte, für welche der Moment des Durchganges bestimmt wurde, weit näher beisammen, und näher am wahren, mittleren Stande liegen, als es bei ihm der Fall war. Mein Verfahren ist folgendes: ich bestimme die Dauer einer jeden beobachteten doppelten Schwingung für jeden gewählten Theilpunct, also für das gegebene Beispiel

$$\begin{aligned} \text{bei } 74,5 \quad 41' 22,4'' - 27' 36,8'' &= 13' 45,6'' \\ \text{und } 47 \quad 59,2 - 34 \quad 21,2 &= 13 \quad 38,0 \\ \text{Mittel } 13 \quad 41,8 &= 2 \text{ N, daher } N = 410,9. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{bei } 75,5 \quad 41' 12,4'' - 27' 30,8'' &= 13' 41,6'' \\ \text{und } 48 \quad 10,8 - 34 \quad 29,2 &= 13 \quad 41,6 \\ \text{Mittel } 13 \quad 41,6 &= 2 \text{ N, daher } N = 410,8. \end{aligned}$$

Da der mittlere Stand des Armes nach Obigem 74,9583 war, so ist dafür die Dauer einer einfachen Schwingung durch Interpolation nach einfacher Proportion der Differenzen = 410'',854. Die Beobachtungsfehler sind jedenfalls bei dieser Bestimmung weit kleiner, als die in den Schwingungszeiten wirklich beobachteten Differenzen, wie weiter unten erhellen wird.

Die Elongationen des Armes betrugen höchstens 88, und wenigstens 14 Theile, oder der ganze von ihm beschriebene Bogen war höchstens $33\frac{1}{2}$, und wenigstens $5\frac{1}{3}$ Minuten. Gewöhnlich wurden jedoch Schwingungen zwischen 30 und 60 Theilen angewendet, und unter 20 liess ich sie nicht gern herabkommen, weil dann die Langsamkeit der Bewegung zu gross, und die Zeitbestimmung unsicher wurde. Indessen habe ich einmal bei einem Bogen von 3,6 Theilen, also wenig über eine Minute beobachtet, ohne ein ganz verwerfliches Resultat zu bekommen, dieses jedoch nicht mit in Rechnung gebracht.

Wenn auf diese Weise wenigstens drei Durchgänge der beiden

mittleren, zur Bestimmung der Zeit gewählten Punkte beobachtet worden, so brachte ich, sobald der Arm an eines seiner Extreme angelangt, und anscheinend in Ruhe war, die Masse aus der genäher-ten Lage auf Null oder umgekehrt, je nachdem sie bisher die eine oder andere Lage einnahm. Es geschah immer, wenn der Arm sich in demjenigen Extreme befand, welches der Seite entgegengesetzt, nach welcher die Veränderung der Lage der Masse ihn trieb, um auf diese Weise seine Schwingungen, die bei der vorherigen Beobachtung an Weite abgenommen hatten, wieder zu vergrössern. Waren die Schwin- gungen zu gross geworden, so dass bald ein Anstossen befürchtet wer- den musste, so liess ich bei einer Beobachtung den Arm einige Male mehr schwingen.

Da ich die ohngefähre Grösse der Ablenkung des Armes durch die Masse bereits kannte, so konnte ich sogleich, ohne eine Schwin- gung vorübergehen zu lassen, dem nunmehrigen mittleren Stande nahe genug, zwei Skalenpunkte für die Zeitbestimmung festsetzen, und so- gleich mit der Beobachtung von Neuem beginnen. Einige Male traf es sich zwar, dass das richtige Mittel nicht zwischen die gewählten Punkte, sondern daneben fiel, was aber, wenn die Entfernung nur klein war, und sie betrug nie einen ganzen Theil, vorzüglich bei einiger- maassen grösseren Schwingungsbögen, gar nichts zu bedeuten hatte.

Zwei solche auf einander folgende Beobachtungsreihen reichen zur Erhaltung des gesuchten Resultates hin, allein es ist sicherer, nach Beendigung der zweiten Reihe die Masse wieder in die erste Lage zu bringen, und abermals zu beobachten, weil die störenden Bewe- gungen, welche der Arm fast immer hatte, wegen der beträchtlichen Zeit, die während der Bestimmung des ersten und zweiten Standes nothwen- dig verfliessen musste, und die wenigstens 40 Minuten betrug, die Bestimmung fehlerhaft machten, dieser Fehler sich aber ausglich, wenn man eine dritte Beobachtung bei der ersten Lage der Masse hinzu- fügte, und aus den beiden so erhaltenen Resultaten das Mittel nahm. Ich habe daher auch nur eine einzige aus nur zwei Beobachtungen be- stehende Versuchsreihe gemacht, wohingegen viele Reihen mehr als drei Beobachtungen enthalten.

Berechnungsart der Versuche.

Es sei das absolute Gewicht der Erde = Q ,
 das absolute Gew. einer kugelförmigen andern Masse = M ,
 der Halbmesser der Erde = R ,
 die Entfernung des Mittelpunctes der Masse M von
 dem einer dritten Kugel = E ,
 das absolute Gewicht dieser dritten Kugel = m ,
 die Anziehung, welche die dritte Masse von der
 zweiten erfährt = K ,

$$\text{so ist } m : K = \frac{Q}{R^2} : \frac{M}{E^2}.$$

Ist die mittlere Dichtigkeit der Erde gegen Wasser = D und das Gewicht einer Volumseinheit Wasser = w , so ist

$$Q = \frac{4}{3}\pi R^3 D w, \text{ daher}$$

$$m : K = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 D w}{R^2} : \frac{M}{E^2} \text{ und daher}$$

$$D = \frac{3 M m}{4 \pi R w E^2 K}.$$

Alle diese Grössen sind leicht zu bestimmen bis auf K , in dessen Messung die ganze Schwierigkeit der Aufgabe begründet ist. Bei den vorliegenden Versuchen ist K gegeben durch die Drehung eines Drahtes, und es muss einmal die Grösse dieser Drehung gemessen, und dann aus der Schwingungszeit desselben um seine Axe die zu jener Ablenkung erforderliche Kraft gefunden werden. An dem Drahte befindet sich der horizontale Arm von der Länge = r , und an seinem Ende die Masse = q . Dieselbe schwingt durch die Torsionskraft des Drahtes, und macht eine einfache Schwingung in der Zeit = N . Alsdann ist, wenn der Arm um den in Millimetern gemessenen Bogen = A abgelenkt ist, das Beschleunigungsmaass der Kraft, die ihn zurücktreibt = $g' = \frac{\pi^2 r}{2 N^2} \cdot \frac{A}{r} = \frac{\pi^2 A}{2 N^2}$; und folglich die in Gewichten ausgedrückte Kraft, die alsdann auf ihn wirkt, und die der ablenkenden Kraft gleich ist, oder $K = \frac{g'}{g} \cdot q$, wo g das Beschleunigungsmaass

der Schwere. Ist nun l = der Länge des einfachen Sekundenpendels,

so ist $g = \frac{\pi^2 l}{2}$, und daher

$$K = \frac{\frac{\pi^2 A}{2N^2}}{\frac{\pi^2 l}{2}} \quad q = \frac{A}{N^2 l} q.$$

Die Masse q besteht aus drei Theilen: den beiden an jedem Ende des Armes hängenden Kugeln = $2m$ wie oben, den die Kugeln tragenden Drähten und ihren Bügeln = $2m'$, der auf die Aufhängepunkte der Kugeln reducirten Masse des Armes = $2m''$.

also $q = 2(m + m' + m'')$.

und $K = \frac{A}{N^2 l} 2(m + m' + m'')$.

Setzt man diesen Werth in den obigen Ausdruck für D , so wird

$$D = \frac{3Ml}{4\pi R w} \cdot \frac{m}{2(m + m' + m'')} \cdot \frac{N^2}{E^2 A}.$$

Die Grösse A wird nicht unmittelbar beobachtet, sondern durch die Ablenkung an der im Spiegel gesehenen Skale gemessen.

Ist diese Ablenkung = B ,

die horizontale Entfernung der Skale vom Spiegel = μ ,

so ist $A = \frac{rB}{2\mu}$, daher

$$D = \frac{3Ml\mu}{4\pi R w} \cdot \frac{m}{m + m' + m''} \cdot \frac{N^2}{E^2 B}.$$

In diesem Ausdrücke ist alles bis auf den Factor $\frac{N^2}{E^2 B}$, dessen Grössen auf die früher angegebene Weise bei jedem Versuche gemessen wurden, constant. Die übrigen Grössen sind sämmtlich bekannt oder leicht zu messen oder zu wiegen; nur mit der halben, auf den Aufhängepunkt der Kugeln reducirten Masse des Armes = m'' ist dieses nicht der Fall. Dieselbe wurde auf die Weise bestimmt, die Gauss zu Bestimmung des Trägheitsmomentes der Magnetstäbe gegeben hat. Es wurden Gewichte (Fig. 8) von der Grösse der Kugel und ihres Drahtes und Bügels, oder genauer von 486,428 Gramm, erst an die äussern und dann an die innern Stifte des Armes gehängt, und

die Schwingungszeit in beiden Fällen beobachtet. Ich erhielt folgende Resultate:

**A. Die Gewichte auf den innern Stiften:
erste Reihe**

Extreme	erstes Mittel	zweites Mittel	Beobachtete Zeit	
			bei 80,5	bei 81,5
61,4	79,75	81,275	II ^h 11' 38,8	II ^h 11' 34,4
98,1	82,80	81,600	„ 15 10,4	„ 15 18,0
67,5	80,40	81,475	„ 19 5,6	„ 18 58,8
93,3	82,55	81,650	„ 22 30,8	„ 22 38,8
71,8	80,75	81,525	„ 26 32,0	„ 26 22,8
89,7	82,30	81,800	„ 29 48,4	„ 29 59,6
74,9	81,30			
87,7				

Daraus der mittlere Stand = 81,5542

Die Dauer einer doppelten Schwingung oder

2 N' bei 80,5 7' 26,8 bei 81,5 7' 24,4

7 20,4

7 20,8

7 26,4

7 24,0

7 17,6

7 20,8

Mittel 7 22,8

7 22,5

daher für den mittlern Stand N' = 221'',242.

Zweite Reihe.

Extr.	erstes Mittel	zweites Mittel	Beobachtete Zeit		
			bei 41,5	43,5	44,5
74,6	45,00	42,550	— —	II ^h 47' 56,0	II ^h 47' 59,2
15,4	40,10	41,850	— —	„ 51 30,8	„ 51 27,2
64,8	43,60	41,900	II ^h 55 13,4	„ 55 21,6	„ 55 25,6
22,4	40,20	41,850	„ 59 2,4	„ 58 52,8	„ 58 48,0
58,0	43,50	42,350	III 2 36,0	III 2 48,0	III 2 54,0
29,0	41,20	42,200	„ 6 28,8	„ 6 14,8	„ 6 7,6
53,4	43,20	42,375	„ 9 57,2	verfehlt	„ 10 23,6
33,0	41,55				
50,1					

Daraus der mittlere Stand = 42,1536

2 N' bei 41,5	7 22,6	bei 43,5	7 25,6	bei 44,5	7 26,4
	7 26,4		7 22,0		7 20,8
	7 21,2		7 26,4		7 28,4
			7 22,0		7 19,6
					7 29,6
Mittel		7 23,4	7 24,0	7 24,96	

daher für den mittleren Stand

aus der ersten und zweiten Bestimmung N'	= 221,798
„ „ zweiten „ dritten „	= 221,354
„ „ ersten „ dritten „	= 221,870
Mittel	221,674

Der mittlere Werth aus der ersten und zweiten Reihe ist daher für $N' = 221'',458$

B. Die Gewichte an den äussern Stiften:
erste Reihe.

Extr.	erstes Mittel	zweites Mittel	Beobachtete Zeit		
			bei 48,5	49,5	50,5
80,4	51,10	49,000	— ' —''	II ^h 23' 52,8	II ^h 23' 58,4
21,8	46,90	48,750	II ^h 30 39,2	„ 30 32,8	„ 30 26,8
72,0	50,60	49,075	„ 37 18,8	„ 37 25,6	„ 37 33,6
29,2	47,55	48,875	„ 44 13,6	„ 44 4,8	„ 43 56,4
65,9	50,20	49,125	„ 50 48,4	„ 50 58,8	„ 51 9,2
34,5	48,05	48,775	„ 57 44,0	„ 57 32,0	„ 57 21,2
61,6	49,50	48,625	III 4 27,8	III 4 41,6	III 4 55,2
37,4	47,75	48,475	„ 11 16,0	„ 11 0,0	„ 10 45,2
58,1	49,20				
40,3					

Daraus der mittlere Stand 48,8375

2 N' bei 48,5	13 34,4	bei 49,5	13 32,8	bei 50,5	13 35,2
	13 29,6		13 32,0		13 29,6
	13 30,4		13 33,2		13 35,6
	13 39,4		13 27,2		13 24,8
	13 32,0		13 42,8		13 46,0
			13 28,0		13 24,0
Mittel		13 33,16	13 32,667	13 32,533	

daher für den mittlern Stand

aus der ersten und zweiten Bestimmung $N = 406,497''$

„ „ zweiten „ dritten „ $= 406,377$

„ „ ersten „ dritten „ $= 406,527$

Mittel $= 406,467$

Zweite Reihe.

Extr.	erstes Mittel	zweites Mittel	Beobachtete Zeit		
			bei 65,5	66,5	67,5
24,0	64,55				
105,1	70,05	67,300	III ^h 35' 46,4	III ^h 35' 42,0	— ' —''
35,0	65,30	67,675	„ 42' 16,4	„ 42' 19,2	III ^h 42' 23,6
95,6	69,50	67,400	„ 49' 22,0	„ 49' 16,8	„ 49' 12,0
43,4	65,95	67,725	„ 55' 45,4	„ 55' 51,2	„ 55' 57,2
88,5	68,85	67,400	IV 2' 56,8	IV 2' 50,4	IV 2' 44,4
49,2	66,45	67,650	„ 9' 14,0	„ 9' 22,0	„ 9' 29,6
83,7					

Daraus der mittlere Stand 67,525

2 N bei 65,5	13' 35,6	bei 66,5	13' 34,8	bei 67,5	13' 33,6
	13 29,0		13 32,0		13 32,4
	13 34,8		13 33,6		13 32,4
	13 28,6		13 30,8		
Mittel	13 32,0		13 32,8		13 32,8

daher für den mittleren Stand

aus der ersten und zweiten Bestimmung $N = 406,810''$

„ „ „ „ dritten „ $= 406,405$

„ „ zweiten „ „ „ $= 406,400$

Mittel 406,538

Der mittlere Werth aus der ersten und zweiten Reihe ist daher für $N = 406'',502$.

Nun verhalten sich, wenn dieselbe Kraft zwei verschiedene Massen in Schwingungen setzt, wie hier derselbe Draht, die Massen wie die Quadrate der Schwingungszeiten. Nennen wir daher hier, wie früher

m'' die auf die äussern Aufhängepunkte reducirte Masse des halben Armes, p das angehängte Gewicht, so wird für den Fall, da letzteres auf den innern Spitzen aufgehängt war, seine auf die äussern Spitzen reducirte Masse $= \left(\frac{10005}{20017}\right)^2 p$, und man hat

$$N^2 : N'^2 = p + m'' : \left(\frac{10005}{20017}\right)^2 p + m''$$

$$\text{daraus aber } m'' = \frac{N'^2 p - N^2 \left(\frac{10005}{20017}\right)^2 p}{N^2 - N'^2}, \text{ oder in Zahlen}$$

$$m'' = \frac{221,458^2 \cdot 486,428 - 406,502^2 \left(\frac{10005}{20017}\right)^2 486,428}{406,502^2 - 221,458^2} = 32,491 \text{ Gramm.}$$

Hiernach sind die Werthe sämmtlicher, in obigem Ausdrücke für D vorkommenden Constanten folgende:

$$M = 45006 \text{ Gramm}$$

$$l = 993,95 \text{ Millimeter}$$

$$\mu = 4523$$

$$R = 6364624000$$

$$r = 1000,85$$

$$w = 0,001 \text{ Gramm}$$

$$m = 484,213$$

$$m' = 2,223$$

$$m'' = 32,491$$

wobei R und l für die Breite von $50^\circ 55'$ und 400 Meter Meereshöhe bestimmt wurden.

Man erhält daher

$$D = \frac{3 \cdot 45006 \cdot 993,95 \cdot 4523 \cdot 484,213}{4 \cdot \pi \cdot 6364624000 \cdot 1000,85 \cdot 0,001 \cdot 518,927} \cdot \frac{N^2}{E^2 B}.$$

Ehe ich die Berechnung des constanten Coefficienten aus seinen Factoren vornehme, gehe ich zur Ermittlung der nöthigen

Corrections

über. Ich folge dabei der von Cavendish bei der ähnlichen Betrachtung beobachteten Ordnung, um Vergleichen zu erleichtern; mache jedoch darauf aufmerksam, dass die Correction wegen der Masse

c die verticale Entfernung des Mittelpunctes der Kugel von der mittleren Höhe des Armes = 770 Millimeter, und

$$a = \sqrt{b^2 + c^2} = 790,055 \text{ Millimeter.}$$

Es ist daher das Gewicht, welches man für das Element des Armes im Mittelpuncte der Kugel zu substituiren hat, um eine Anziehung zu erhalten, welche auf die Drehung des Armes dieselbe Wirkung ausübt, als die Anziehung jenes Elementes

$$= \frac{115,73 + 202,55z}{2019} \cdot l(1-z) \frac{b^3}{(a^2 + l^2 z^2)^{3/2}} dz \text{ Gramm,}$$

$$\text{und da } \frac{l}{2019} = \frac{1}{2}$$

$$= (57,865 + 101,275z)(1-z) \frac{b^3}{(a^2 + l^2 z^2)^{3/2}} dz$$

folglich für den halben Arm

$$y = b^3 \int \frac{57,865 dz + 43,41 z dz - 101,275 z^2 dz}{(a^2 + l^2 z^2)^{3/2}}$$

Setzt man für den letzten Theil des Zählers

$$101,275 \frac{a^2}{l^2} dz - 101,275 \left(\frac{a^2}{l^2} + z^2 \right) dz$$

$$\text{und für } \frac{a^2}{l^2} \text{ seinen Werth } \frac{790,055^2}{10095^2} = 0,612494$$

so erhält man

$$y = b^3 \int \frac{119,895 dz + 43,41 z dz}{(a^2 + l^2 z^2)^{3/2}} - \frac{101,275 dz}{l^2 (a^2 + l^2 z^2)^{1/2}}$$

$$y = \frac{119,895 z b^3}{a^2 \sqrt{a^2 + l^2 z^2}} - \frac{43,41 b^3}{l^2 \sqrt{a^2 + l^2 z^2}}$$

$$- \frac{101,275 b^3}{l^3} \log. (lz + \sqrt{a^2 + l^2 z^2}) + \text{Const.}$$

Da für $z = 0$ der Ausdruck für $y = 0$ werden muss, so hat man

$$\text{Const.} = \frac{43,41 b^3}{l^2 a} + \frac{101,275 b^3 \log. a}{l^3}$$

$$\text{also } y = \frac{119,895 b^3 z}{a^2 \sqrt{a^2 + l^2 z^2}} - \frac{43,41 b^3}{l^2 \sqrt{a^2 + l^2 z^2}}$$

$$+ \frac{43,41 b^3}{l^2 a} - \frac{101,275 b^3}{l^3} \log. \frac{lz + \sqrt{a^2 + l^2 z^2}}{a}$$

worin $z = 1$ zu setzen ist. Demnach

$$y = 0,8292 - 0,1839 + 0,2984 - 0,5801 = 0,3636 \text{ Gramm.}$$

Der Bügel wiegt 2,075 Gramm, es ist daher für denselben in den Mittelpunkt der Kugel ein Gewicht zu setzen

$$= \frac{b^3}{a^3} \cdot 2,075 = \frac{176,882^3}{790,055^3} \cdot 2,075 = 0,0233 \text{ Gramm.}$$

Der Draht wiegt 0,148 Gramm, und ist 720 Millimeter lang, wobei ich annehme, dass er bis zum Mittelpunkte der Kugel hinabreiche.

Ein Millimeter Länge wiegt $\frac{0,148}{720}$, und die Länge eines Elements $\frac{0,148 dx}{720}$. Anstatt des Gewichts desselben hat man im Mittelpunkte

der Kugel ein Gewicht $= \frac{0,148 b^3 dx}{720 (b^2 + x^2)^{3/2}}$, und für den ganzen Draht

$$\frac{0,148 b^3}{720} \int \frac{dx}{(b^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{0,148 b^3}{720} \cdot \frac{x}{b^2 \sqrt{b^2 + x^2}} = \frac{0,148 b x}{720 \sqrt{b^2 + x^2}}$$

zu setzen. Für $x = 720$ erhält man

$$\frac{0,148 \cdot 176,882}{\sqrt{176,882^2 + 720^2}} = 0,0353 \text{ Gramm.}$$

Es wäre daher anstatt des Armes, Bügels und Drahtes im Mittelpunkte der Kugel ein Gewicht $= 0,3636 + 0,0233 + 0,0353 = 0,4222$ Gramm zu setzen. Da die Kugel 484,213 Gramm wiegt, so beträgt jene Correction 0,00087 des Resultates.

Die Anziehung der Masse auf die entfernte Hälfte des Armes ist völlig zu vernachlässigen.

2. Die Anziehung der Masse auf die entferntere Kugel

beträgt $\frac{176,882^2}{(2001,7^2 + 176,882^2)^{3/2}} = 0,00068$ der ganzen Wirkung auf die nähere Kugel.

3. Die Anziehung des die Masse tragenden Drahtes und des Klobens auf die Kugel.

Der Draht wiegt 184,8 Gramm, ist 1820^{mm} lang und steht unten 105^{mm} vom Mittelpunkte der Bleimasse ab.

Ein Element des Drahtes wiegt $\frac{184,8 \, dx}{1820}$ gr.

Wäre der Draht bis zum Mittelpunkte der Bleimasse verlängert, und daher 1925^{mm} lang, und nennen wir x die Entfernung des Elementes vom Mittelpunkte der Masse, so hätte man im Mittelpunkte der Masse zu Hervorbringung gleicher anziehender Wirkung anstatt des Elementes

zu substituiren das Gewicht $= \frac{184,8 \cdot b^3 \, dx}{1820 (b^2 + x^2)^{3/2}}$,

also für den ganzen Draht

$$\frac{184,8 \, b^3}{1820} \int \frac{dx}{(b^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{184,8 \, b^3 x}{1820 b^2 \sqrt{b^2 + x^2}} = \frac{184,8 \cdot 176,882 \cdot x}{1820 \sqrt{b^2 + x^2}} = \frac{17,9603x}{\sqrt{b^2 + x^2}}$$

Setzt man $x=1925$, so erhält man die Anziehung der bis zum Mittelpunkte der Masse gedachten Drahtlänge; setzt man $x=105$, so erhält man die Anziehung des an dieser Länge wirklich unten fehlenden Stückes, und daher die Anziehung des vorhandenen Drahtes

$$= 17,9603 \left(\frac{1925}{\sqrt{176,882^2 + 1925^2}} - \frac{105}{\sqrt{176,882^2 + 105^2}} \right) = 17,885 - 9,168 \\ = 8,717 \text{ Gramm.}$$

Dazu kommt die Anziehung des Klobens, der 2090 Gramm wiegt, und sich 2080 Millimeter über dem Mittelpunkte der Masse befindet. Sie ist daher so gross, als wenn sich

$$\frac{176,882^3}{(2080^2 + 176,882^2)^{3/2}} \cdot 2090 = 1,271 \text{ Gramm in der Mitte der Masse}$$

befänden.

Man hat also die Masse, welche 45006 Gramm wiegt, um 10 Gr. oder um 0,00022 des Ganzen zu vermehren.

4. Die Anziehung der beiden auf die Bewegungsrichtung der Kugel normalen Wände des Gehäuses auf die Kugel.

Die beiden Wände ziehen die Kugel nach entgegengesetzten Seiten; diese Anziehung ändert sich mit der Stellung der Kugel, und wenn man die Masse aus der indifferenten in eine genäherte Lage bringt, und dadurch die Kugel von ihrem vorigen mittleren Stande um die Grösse A ablenkt, so nähert sich die Kugel der mit der Masse auf einerlei Seite liegenden Wand um A , während sie sich um eben so viel von

der entgegengesetzten entfernt. Daher wird die Anziehung der Wände des Gehäuses eine Vergrößerung der Ablenkung hervorbringen, die man genau genug findet, wenn man annimmt, dass die Kugel sich bei entfernter Masse genau in der Mitte des Gehäuses befinde, durch die Näherung der Masse aber um A Millimeter seitwärts gezogen werde, und berechnet, um wie viel in letzterm Falle die Anziehung der nähern Wand grösser sei als die der entfernteren.

Die Grösse A leitet sich unmittelbar an der an der Skale beobachteten Ablenkung $= B$ ab, indem nach früherem

$$A = 1,00085 \frac{B}{2 \mu} = \frac{B}{9,0383}.$$

Diese Grösse für jeden Versuch in Ansatz zu bringen, und die beobachtete Correction zu berechnen, würde sehr unnöthige Arbeit sein; es reicht vollkommen hin, aus allen Beobachtungen das Mittel zu nehmen, und die Correction Ein für alle Mal zu berechnen.

Es wurde aber der Reihe nach gefunden:

$$B = 7,1562 \text{ Millimeter.}$$

6,9375

6,2250

6,9563

6,8500

7,7412

7,4740

7,7375

7,6375

6,0656

6,0625

6,3666

6,1584

6,2417

Mittel 6,8293

$$\text{Daher } A = \frac{6,8293}{9,0383} = 0,77 \text{ Millimeter.}$$

Zur Berechnung bediene ich mich der von Mollweide in Zach's monatl. Correspondenz Bd. XXVII. S. 33 für die Anziehung eines rechtwinkligen Parallelepipeds gegebenen Formel. Wenn in Fig. 12. DG das anziehende rechtwinklige Parallelepiped ist, und der angezogene

Punct P in der Verlängerung der Seite AD liegt, und man setzt

$$AB=a \quad AC=b \quad AD=c \quad AP=h, \text{ also } DP=h-c=d$$

so ist die auf die Entfernung 1 reducirte Anziehung des Parallelepipedes DG in der Richtung PD

$$\begin{aligned} &= h \text{ Arc. sin. } \frac{a b}{\sqrt{(a^2+h^2)(b^2+h^2)}} - d \text{ Arc. sin. } \frac{a b}{\sqrt{(a^2+d^2)(b^2+d^2)}} \\ &+ a \log. \text{ nat. } \frac{(b + \sqrt{a^2+b^2+d^2}) \sqrt{a^2+h^2}}{(b + \sqrt{a^2+b^2+h^2}) \sqrt{a^2+d^2}} \\ &+ b \log. \text{ nat. } \frac{(a + \sqrt{a^2+b^2+d^2}) \sqrt{b^2+h^2}}{(a + \sqrt{a^2+b^2+h^2}) \sqrt{b^2+d^2}} \end{aligned}$$

in Volumentheilen der anziehenden Masse ausgedrückt.

In dem vorliegenden Falle werde von jeder der beiden Wände nur ein Theil gerechnet, der eben so weit unter als über die Kugel hinausreicht, indem die tiefer hinabgehenden Theile theils zu entfernt und zu schief wirken, theils hier in dem Sandboden des Kellers stecken, der als gleichförmige Masse zu betrachten ist.

Jedes solches Wandstück hat eine Höhe = 128^{mm}, eine Breite = 102^{mm} und eine Dicke = 17^{mm}; es muss, um der Formel zu entsprechen, in 4 gleiche Theile zerlegt werden, so dass für jedes Viertel

$$a=64 \quad b=51 \quad c=17 \text{ wird.}$$

Befindet sich die Kugel in der Mitte des Gehäuses, so steht ihr Mittelpunkt von jeder innern Wandfläche 48^{mm} ab; ist sie daher abgelenkt um 0,77^{mm}, so ist

$$\text{für die nähere Wand } d=47,23 \quad h=64,23$$

$$\text{für die entferntere Wand } d=48,77 \quad h=65,77$$

und man erhält:

die Anziehung eines Viertels der nähern Wand

$$\begin{aligned} &= 64,23 \text{ Arc. sin. } \frac{64 \cdot 51}{\sqrt{(64^2+64,23^2)(51^2+64,23^2)}} \\ &- 47,23 \text{ Arc. sin. } \frac{64 \cdot 51}{\sqrt{(64^2+47,23^2)(51^2+47,23^2)}} \\ &+ 64 \log. \text{ nat. } \frac{(51 + \sqrt{64^2+51^2+47,23^2}) \sqrt{64^2+64,23^2}}{(51 + \sqrt{64^2+51^2+64,23^2}) \sqrt{64^2+47,23^2}} \\ &+ 51 \log. \text{ nat. } \frac{(64 + \sqrt{64^2+51^2+47,23^2}) \sqrt{51^2+64,23^2}}{(64 + \sqrt{64^2+51^2+64,23^2}) \sqrt{51^2+47,23^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 64,23 \text{ Arc. sin. } \frac{64 \cdot 51}{\sqrt{8221,49 \cdot 6726,49}} - 47,23 \text{ Arc. sin. } \frac{64 \cdot 51}{\sqrt{6326,67 \cdot 4831,67}} \\
 &\quad + 64 \log. \text{ nat. } \frac{(51 + \sqrt{8927,67}) \sqrt{8221,49}}{(51 + \sqrt{10822,49}) \sqrt{6326,67}} \\
 &\quad + 51 \log. \text{ nat. } \frac{(64 + \sqrt{8927,67}) \sqrt{6726,49}}{(64 + \sqrt{10822,49}) \sqrt{4831,67}} \\
 &= 64,23 \text{ Arc. } 26^{\circ} 2' - 47,23 \text{ Arc. } 36^{\circ} 11' + 64 \log. \text{ nat. } \frac{145,486 \sqrt{8221,49}}{155,031 \sqrt{6326,67}} \\
 &\quad + 51 \log. \text{ nat. } \frac{158,486 \sqrt{6726,49}}{168,031 \sqrt{4831,67}} \\
 &= 64,23 \cdot 0,4544 - 47,23 \cdot 0,6315 + 64 \cdot 0,0674 + 51 \cdot 0,1069 \\
 &= 29,186 - 29,826 + 4,314 + 5,452 = 9,126;
 \end{aligned}$$

Die Anziehung eines Viertels der entfernteren Wand

$$\begin{aligned}
 &= 65,77 \text{ Arc. sin. } \frac{64 \cdot 51}{\sqrt{(64^2 + 65,77^2)(51^2 + 65,77^2)}} \\
 &\quad - 48,77 \text{ Arc. sin. } \frac{64 \cdot 51}{\sqrt{(64^2 + 48,77^2)(51^2 + 48,77^2)}} \\
 &\quad + 64 \log. \text{ nat. } \frac{(51 + \sqrt{64^2 + 51^2 + 48,77^2}) \sqrt{64^2 + 65,77^2}}{(51 + \sqrt{64^2 + 51^2 + 65,77^2}) \sqrt{64^2 + 48,77^2}} \\
 &\quad + 51 \log. \text{ nat. } \frac{(64 + \sqrt{64^2 + 51^2 + 48,77^2}) \sqrt{51^2 + 65,77^2}}{(64 + \sqrt{64^2 + 51^2 + 65,77^2}) \sqrt{51^2 + 48,77^2}} \\
 &= 65,77 \text{ Arc. sin. } \frac{64 \cdot 51}{\sqrt{8421,56 \cdot 6926,56}} - 48,77 \text{ Arc. sin. } \frac{64 \cdot 51}{\sqrt{6474,51 \cdot 4979,51}} \\
 &\quad + 64 \log. \text{ nat. } \frac{(51 + \sqrt{9075,51}) \sqrt{8421,56}}{(51 + \sqrt{11022,56}) \sqrt{6474,51}} \\
 &\quad + 51 \log. \text{ nat. } \frac{(64 + \sqrt{9075,51}) \sqrt{6926,56}}{(64 + \sqrt{11022,56}) \sqrt{4979,51}} \\
 &= 65,77 \text{ Arc. } 25^{\circ} 18' - 48,77 \text{ Arc. } 35^{\circ} 5' + 64 \log. \text{ nat. } \frac{146,265 \sqrt{8421,56}}{155,988 \sqrt{6474,51}} \\
 &\quad + 51 \log. \text{ nat. } \frac{159,265 \sqrt{6926,56}}{168,988 \sqrt{4979,51}} \\
 &= 65,77 \cdot 0,4416 - 48,77 \cdot 0,6123 + 64 \cdot 0,0671 + 51 \cdot 0,1069 \\
 &= 29,044 - 29,862 + 4,294 + 5,452 = 8,928.
 \end{aligned}$$

Das Vierfache hiervon giebt

die Anziehung der ganzen genäherten Wand = 36,504

„ „ „ „ entfernten „ = 35,712

und mit dem Gewichte von 1 Cubikmillimeter nassen fichtenen Holzes
 $= 0,0005$ Gramm multiplicirt, giebt für

die genäherte Wand $0,018252$ Gramm

„ entfernte „ $0,017856$ „

für die Entfernung $= 1$; also auf die mittlere Entfernung der Masse
 $= 176,882$ reducirt, die Anziehung

der genäherten Wand $= 571,07$ Gramm,

„ entfernten „ $= 558,66$ „ .

Da diese Wirkungen einander entgegengesetzt sind, so bleibt nach der
Seite der Masse hin eine Anziehung $= 12,41$ Gramm, oder $\frac{12,41}{45006}$
 $= 0,00027$ des Ganzen übrig.

In Gemässheit dieser 4 Correctionen ist sonach die Anziehung um
 $0,00087 - 0,00068 + 0,00022 + 0,00027 = 0,00068$ grösser aus-
gefallen, als sie ohne die diese Correctionen bedingenden Ursachen ge-
funden worden wäre; wir haben daher die beobachtete Ablenkung um
einen solchen Theil zu vermindern, oder, was dasselbe Resultat giebt,
die anziehende Masse um diesen Theil zu vermehren, also für M zu
setzen $(1 + 0,00068) 45006 = 45031$ Gramm.

Demgemäss wird der Ausdruck für die mittlere Dichtigkeit der

$$\text{Erde } D = \frac{3 \cdot 45031 \cdot 993,95 \cdot 4823 \cdot 484,213}{4 \cdot \pi \cdot 6364624000 \cdot 1000,85 \cdot 0,001 \cdot 518,927} \cdot \frac{N^2}{E^2 B}$$

$$= 7,079499 \frac{N^2}{E^2 B}$$

wo $\alpha = 7,079499$ und $\log. \alpha = 0,8500025$.

5. Die Veränderung der Schwingungszeit durch die genäherte Masse.

Die der Kugel genäherte Masse verändert die Schwingungszeit des
Armes, und zwar vergrössert sie dieselbe.

Um im Allgemeinen den Grund davon einzusehen, sei in Fig. 13.
W der Mittelpunkt der genäherten, anziehenden Masse, A der Ruhe-
punct der Kugel, wenn die Masse nicht auf sie wirkt, und B der
Ruhe- oder Gleichgewichtspunct der Kugel, wenn sie von der Masse
abgelenkt ist. In letzterem Falle ist die Kugel im Gleichgewichte zwi-
schen zwei entgegengesetzten Kräften, von welchen die eine, die Tor-

sionskraft des Drahtes, $= \gamma AB$, die andere, die Anziehung der Masse, $= \frac{\beta}{WB^2}$, so dass $\gamma AB = \frac{\beta}{WB^2}$, und $\beta = \gamma WB^2 AB$.

Schwingt die Kugel auf beiden Seiten von B, so ist in C die auf sie wirkende Kraft $= \gamma AC - \frac{\beta}{WC^2} = \gamma (AB + BC) - \frac{\gamma WB^2 AB}{WC^2}$

$$WB^2 = WC^2 + 2 WC \cdot BC + BC^2, \text{ daher}$$

$$\begin{aligned} \text{die Kraft in C} &= \gamma AB + \gamma BC - \gamma AB - \frac{\gamma (2 WC \cdot BC + BC^2) AB}{WC^2} \\ &= \gamma BC - \frac{\gamma (2 WC \cdot BC + BC^2) AB}{WC^2} \end{aligned}$$

$$\text{Eben so in D} = \gamma AD + \frac{\beta}{WD^2} = \gamma (-AB + BD) + \frac{\gamma WB^2 \cdot AB}{WD^2}$$

$$WB^2 = WD^2 - 2 WD \cdot BD + BD^2$$

$$\begin{aligned} \text{daher die Kraft in D} &= -\gamma AB + \gamma BD + \gamma AB - \frac{\gamma (2 WD \cdot BD - BD^2) AB}{WD^2} \\ &= \gamma BD - \frac{\gamma (2 WD \cdot BD - BD^2) AB}{WD^2} \end{aligned}$$

Sollten die Schwingungen nach den Gesetzen der Pendalbewegung erfolgen, so müsste die Kraft, die auf die Kugel wirkt, dem Ablenkungsbogen proportional, oder sie müsste in C $= \gamma BC$ und in D $= \gamma BD$ sein, wie diess der Fall ist, wenn die Masse sich nicht in der Nähe befindet. — Aus Obigem ist aber ersichtlich, dass durch die genäherte Masse diese Kraft sowohl auf der einen, als der andern Seite der Gleichgewichtslage verringert wird, weshalb die Schwingungszeiten zunehmen müssen.

Vernachlässigt man, da WC, WB, WD viel grösser sind, als BC oder BD, BC^2 in Vergleich zu $2 WC \cdot BC$, und eben so BD^2 in Vergleich zu $2 WD \cdot BD$, so ist das Verhältniss, nach welchem die Kraft durch die Nähe der Masse vermindert wird,

$$\text{in C wie } \gamma BC : \gamma BC - \frac{\gamma \cdot 2 WC \cdot BC \cdot AB}{WC^2} = 1 : 1 - \frac{2 AB}{WC}$$

$$\text{in D wie } \gamma BD : \gamma BD - \frac{\gamma \cdot 2 WD \cdot BD \cdot AB}{WD^2} = 1 : 1 - \frac{2 AB}{WD}$$

Setzt man, was annäherungsweise erlaubt ist, WB sowohl für WC als für WD, so ist in beiden Fällen die Verminderung der Kraft wie $1 : 1 - \frac{2 AB}{WB}$; und da die Schwingungszeiten sich verändern, umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den Kräften, so wird, die höheren Potenzen vernachlässigend, die Schwingungszeit vermehrt werden im

Verhältniss von $1 - \frac{A}{WB} : 1$; oder die bei genäherter Masse beobachtete Schwingungszeit ist mit $1 - \frac{A}{WB} = 1 - \frac{1,00085 B}{2 \mu E}$ zu multipliciren, wo B, μ und E die frühere Bedeutung haben.

Dieses ist dieselbe, allerdings nur durch näherungsweise erlaubte Substitutionen gefundene, Correction, welche auch Cavendish angiebt.

Es ist im Mittel $B = 6,8293$, $E = 176,882$, $\frac{2 \mu}{1,00085} = 9,0383$; —

daher $1 - \frac{6,8293}{9,0383 \cdot 176,882} = 1 - 0,00427 = 0,99573$

Durch unmittelbare Beobachtung fand ich die Dauer einer einfachen Schwingung bei genäherter Masse, bei entfernter Masse

406,319 Secunden	404,194 Secunden
406,659	404,355
406,530	401,356
405,000	403,440
408,275	403,900
404,040	409,337
403,290	409,200
410,775	408,140
410,840	408,850
412,567	409,293
411,225	407,827
410,787	409,477
410,620	408,956
411,272	408,756
410,155	409,040
411,797	406,800
407,540	408,386
409,791	405,092
410,657	409,703
409,280	408,060
410,384	407,930
410,200	408,415
410,073	407,979
409,712	409,790
410,012	407,565
410,854	407,388
410,092	408,050
Mittel 409,2124	407,4545

Die Schwingungszeit bei entfernter Masse ist daher im Mittel $\frac{4074545}{4092124} = 0,99570$ Mal kleiner gefunden worden, als bei genäherter Masse, was mit obiger Bestimmung überraschend gut übereinstimmt. Ich verringere deshalb sämtliche bei genäherter Masse gefundenen Schwingungszeiten um 0,0043 ihrer Grösse.

6. Die Veränderung der Schwingungszeit durch das Gehäuse.

Die Anziehung des Gehäuses auf die Kugeln muss ebenfalls die Schwingungszeit vergrössern; in dieser Hinsicht wirken auch beide Wände nicht entgegengesetzt, und es ist daher hier die Summe ihrer Wirkungen anzunehmen. Da nach Obigem eine Wand bei

47,23^{mm} Entfernung = 571,07 Gramm

bei 48,77 „ „ = 558,66 „

also im Mittel jede Wand = 564,86 Gramm, im Mittelpunkte der Masse angebracht, gesetzt werden kann, auf jede Kugel aber 2 Wände einwirken, so werden wir dieselbe Wirkung haben, als wenn $4 \times 564,86 = 2260$ Gramm sich im Mittelpunkte der Masse befänden. Da ferner 45006 Gramm eine Correction = 0,0043 in der Schwingungszeit nöthig machen, so werden die Wände eine Correction

$$= \frac{2260}{45006} 0,0043 = 0,0002$$

erfordern, die bei jeder beobachteten Schwingungszeit abzuziehen ist.

7. Wegen Abweichung der Uhr

ist die beobachtete Zeit um 0,0007 zu vermehren, indem die Uhr täglich 58,8 Secunden gegen mittlere Zeit zurückblieb. Dieses mit der vorigen Correction verbunden, bleibt die Zeit um 0,0005 zu vermehren.

Resultate und ihre Berechnung.

Alle diejenigen Beobachtungen, welche angestellt wurden, ehe der Apparat vollständig in dem oben beschriebenen Stande sich befand, übergehe ich, obwohl sich unter ihnen mehrere befinden, die wohl brauchbar sein dürften. Namentlich waren dergleichen übrigens mit aller Sorgfalt angestellt worden, ehe die bessere Vorrichtung vorhanden war, mittelst deren ich mich versicherte, dass die genäherte Masse in der erforderlichen Lage zur Kugel sich fest anlegte, und als noch die Horizontalität der Mittelpunkte der Masse und der Kugel nach dem Augenmaasse geschätzt wurde. Wiewohl ich überzeugt bin, dass aus diesem weniger genauen Einstellen der Masse Fehler entstanden, die gegen andere, unvermeidliche, zu vernachlässigen sind, auch die erlangten Resultate mit den spätern sehr gut übereinstimmen, so unterdrücke ich sie dennoch, und gebe nur diejenigen, die ohne Vernachlässigung irgend einer mir bekannten Rücksicht gemacht worden sind. Diese letztern werden aber ohne Ausnahme und Auswahl mitgetheilt.

**A. Die östliche Masse auf der negativen (südlichen)
Seite.**

Bei 54,95 E = 171,025

Versuch 1. Juni 10.

Lage der östlich. Masse.	Beobachtete Extreme.	1tes	2tes	Mitt- lerer Stand.	Beobachtete Zeit.		2 N.		N. für den mittl. Stand. Sekund.
		Mittel.							
					St.Min.Sek.	St.Min.Sek.	Min. Sek.	Min. Sek.	
Minus.	87,4			46,8750	bei 46,5	bei 47,5	bei 46,5	bei 47,5	406,319
	10,4	48,90	46,900		IV 23 43,2	IV 23 46,6	13' 32'',0	13' 33'',2	
	79,4	44,90	46,750		„ 30 32,0	„ 30 27,8	13 33,2	13 32,2	
	17,8	48,60	47,025		„ 37 15,2	„ 37 19,8	13 32,6	13 32,7	
	73,1	45,45	46,825		„ 44 5,2	„ 44 0,0			
	23,3	48,20							
Null.	23,3			54,0625	bei 53,5	bei 54,5	bei 53,5	bei 54,5	404,194
	81,5	52,40	53,950		IV 50 49,2	IV 50 53,2			
	29,5	55,50	54,175		„ 57 38,0	„ 57 33,2	13 27,6	13 29,0	
	76,2	52,85			V 4 16,8	V 4 22,2			
Minus.	76,2			47,2125	bei 46,5	bei 47,5	bei 46,5	bei 47,5	406,659
	21,3	48,75	47,300		V 11 11,2	V 11 6,4			
	70,4	45,85	47,125		„ 17 51,0	„ 17 56,0	13 34,6	13 32,8	
	26,4	48,40			„ 24 45,8	„ 24 39,2			
Null.	26,4			54,4250	bei 53,5	bei 54,5	bei 53,5	bei 54,5	404,355
	79,5	52,95	54,325		V 31 25,6	V 31 30,4			
	31,9	55,70	54,525		„ 38 19,4	„ 38 13,6	13 27,6	13 28,8	
	74,8	53,35			„ 44 53,2	„ 44 59,2			
Minus.	74,8			47,1750	bei 46,5	bei 47,5	bei 46,5	bei 47,5	406,530
	22,6	48,70	47,275		V 51 52,4	V 51 47,2			
	69,1	45,85	47,075		„ 58 31,2	„ 58 36,4	13' 33,6	13 32,8	
	27,5	48,30			VI 5 26,0	VI 5 20,0			

Mittlerer Stand bei genäherter Masse 46,8750

47,2125

47,1750

Mittel 47,0875

Mittlerer Stand bei entfernter Masse 54,0625

54,4250

Mittel 54,2437

B = 7,1562.

$$E = 171,025 = \frac{54,95 - 47,0875}{9,0383} = 170,155.$$

Bei genäherter Masse $N = 406,319$
 406,659
 406,530

Mittel 406,503
 Corrigirt 404,755.

Bei entfernter Masse $N = 404,194$
 404,355

Mittel 404,275
 Das Mittel aus beiden 404,515

Corrigirt 404,717

$$D = \alpha \cdot \frac{404717^2}{170155^2 \cdot 7,1562} = 5,5967. \quad 5 \text{ Beobachtungen.}$$

Versuch 2. Juni 12.

Lage der östlich. Masse.	Beobachtete Extreme.	1tes	2tes	Mitt- lerer Stand.	Beobachtete Zeit.		2 N.		N. für den mittl. Stand. Sekund.
		Mittel.							
		St.Min.Sek.	St.Min.Sek.		Min. Sek.	Min. Sek.			
Minus.	100,9	75,45	74,175	74,1750	bei 73,5	bei 74,5	bei 73,5	bei 74,5	405,000
	50,0	72,90	74,175		XI 7 7,2	XI 7 2,0			
	95,8	75,45	74,175		„ 13 44,0	„ 13 49,2	13 30,8	13 29,6	
	55,1				„ 20 38,0	„ 20 31,6			
Null.	55,1	79,95	81,300	81,4125	bei 80,5	bei 81,5	bei 80,5	bei 81,5	401,356
	104,8	82,65	81,525		XI 27 13,6	XI 27 18,8			
	60,5	80,40			„ 34 4,0	„ 33 59,2	13 21,8	13 22,8	
	100,3				„ 40 35,4	„ 40 41,6			
Minus.	100,3	76,15	74,850	74,7750	bei 73,5	bei 74,5	bei 73,5	bei 74,5	408,275
	52,0	73,55	74,700		XI 47 37,2	XI 47 32,0			
	95,1	75,85			„ 54 6,0	„ 54 12,0	13 34,0	13 36,0	
	56,6				XII 1 11,2	XII 1 8,0			

Mittlerer Stand bei genäherter Masse 74,1750
 74,7750

Mittel 74,4750

Mittlerer Stand bei entfernter Masse 81,4125

$$B = 6,9375.$$

$$E = 171,025 + \frac{74,475 - 54,95}{9,0383} = 173,185$$

Bei genäherter Masse $N = 405,000$
 $408,275$

Mittel 406,637

Corrigirt 404,889

Bei entfernter Masse $N = 401,356$

Mittel 403,122

Corrigirt 403,324

$$D = \alpha \cdot \frac{403324^2}{173185^2 \cdot 6,9375} = 5,5346. \quad 3 \text{ Beobachtungen.}$$

B. Die östliche Masse auf der positiven (nördlichen) Seite.

Bei 48,95 $E = 179,975$, bei 72,2 $E = 177,450$ und danach

„ „ „ $= 180,022$

Mittel bei 48,95 $E = 179,998$.

Versuch 3. Juni 22.

Lage der östlich. Masse.	Beobachtete Extreme.	1tes	2tes	Mitt- lerer Stand.	Beobachtete Zeit.		2 N.		N. für den mittl. Stand.
		Mittel.			St.Min.Sek.	St.Min.Sek.	Min. Sek.	Min. Sek.	
Plus.	21,2	46,15	47,575	47,7000	bei 47,5	bei 48,5	bei 47,5	bei 48,5	404,040
	71,1	49,00	47,750		IV 30 21,6	IV 30 15,0	13 29,0	13 26,8	
	26,9	46,50	47,750		„ 37 2,4	„ 37 8,8	13 27,2	13 29,2	
	66,1	48,80	47,650		„ 43 50,6	„ 43 41,8	13 28,1	13 28,0	
	31,5	46,85	47,825		„ 50 29,6	„ 50 38,0			
	62,2								
Null.	62,2	42,90	41,775	41,7000	bei 40,5	bei 41,5	bei 40,5	bei 41,5	403,440
	23,6	40,65	41,625		IV 57 28,8	IV 57 21,6			
	57,7	42,60			V 3 52,0	V 4 0,0	13 28,8	13 27,2	
	27,5				„ 10 57,6	„ 10 48,8			
Plus.	27,5	46,65	47,775	47,8500	bei 47,5	bei 48,5	bei 47,5	bei 48,5	403,290
	65,8	48,90	47,925		V 17 36,0	V 17 42,0			
	32,0	46,95			„ 24 24,0	„ 24 16,8	13 25,6	13 28,4	
	61,9				„ 31 1,6	„ 31 10,4			
Null.	61,9	42,55	41,450	41,4000	bei 40,5	bei 41,5	bei 40,5	bei 41,5	403,900
	23,2	40,35	41,350		V 37 59,2	V 37 52,8			
	57,5	42,35			„ 44 28,0	„ 44 37,2	13 29,6	13 27,6	
	27,2				„ 51 28,8	„ 51 20,4			

Mittlerer Stand bei genäherter Masse 47,7000

47,8500

Mittel 47,7750

Mittlerer Stand bei entfernter Masse 41,7000

41,4000

Mittel 41,5500

$$B = 6,2250$$

$$E = 179,998 + \frac{48,95 - 47,775}{9,0383} = 180,128$$

Bei genäherter Masse N = 404,040

403,290

Mittel 403,665

Corrigirt 401,929

Bei entfernter Masse N = 403,440

403,900

Mittel 403,670

Das Mittel aus beiden 402,800

Corrigirt 403,001

$$D = \alpha \cdot \frac{403001^2}{180128^2 \cdot 6,2250} = 5,6926. \quad 4 \text{ Beobachtungen.}$$

Versuch 4. Juli 3.

Lage der östlich. Masse.	Beobachtete Extreme.	1tes	2tes	Mitt- lerer Stand.	Beobachtete Zeit.		2 N.		N. für den mittl. Stand. Sekund.
		Mittel.			St.Min.Sek.	St.Min.Sek.	Min. Sek.	Min.Sek.	
Null.	72,8	52,50	51,250	51,1625	bei 50,5	bei 51,5	bei 50,5	bei 51,5	409,337
	32,2				X 44 20,0	X 44 13,6			
	67,8				verfehlt.	„ 51 9,2	13 40,0	13 38,0	
	36,5				X 58 0,0	„ 57 51,6			
Plus.	36,5	56,85	58,125	58,2750	bei 57,5	bei 58,5	bei 57,5	bei 58,5	410,775
	77,2				XI 4 47,2	XI 4 54,0			
	41,6				„ 11 47,6	„ 11 41,2	13 40,0	13 42,0	
	73,3				„ 18 27,2	„ 18 36,0			
Null.	73,3	52,85	51,600	51,5000	bei 50,5	bei 51,5	bei 50,5	bei 51,5	409,200
	32,4				XI 25 33,2	XI 25 26,4			
	68,3				„ 32 9,2	„ 32 16,4	13 39,2	13 38,4	
	36,6				„ 39 12,4	„ 39 4,8			
Plus.	36,6	56,95	58,200	58,3000	bei 57,5	bei 58,5	bei 57,5	bei 58,5	410,840
	77,3				XI 45 55,2	XI 46 1,6			
	41,6				„ 52 55,6	„ 52 48,6	13 40,4	13 42,0	
	73,1				„ 59 35,6	„ 59 43,6			

Mittlerer Stand bei genäherter Masse 58,2750

58,3000

Mittel 58,2875

Mittlerer Stand bei entfernter Masse 51,1625

51,5000

Mittel 51,3312

$$B = 6,9563.$$

$$E = 179,998 - \frac{58,2875 - 48,95}{9,0383} = 178,965$$

Bei genäherter Masse N = 410,775

410,840

Mittel 410,807

Corrigirt 409,054

Bei entfernter Masse N = 409,337

409,200

Mittel 409,269

Das Mittel aus beiden 409,161

Corrigirt 409,366

$$D = a \cdot \frac{409366^2}{178965^2 \cdot 6,9563} = 5,3249. \quad 4 \text{ Beobachtungen.}$$

Versuch 5. Juli 5.

Lage der östlich. Masse.	Beobachtete Extreme.	1tes	2tes	Mitt- lerer Stand.	Beobachtete Zeit.		2 N.		N. für den mittl. Stand.
		Mittel.							
		St.Min.Sek.	St.Min.Sek.		Min. Sek.	Min. Sek.	Sekund.		
Plus.	56,4	70,70	71,600	71,6625	bei 71,5	bei 72,5	bei 71,5	bei 72,5	412,567
	85,0	72,50	71,750		IX 19 26,0	IX 19 16,0	13 44,0	13 41,2	
	60,0	71,00	71,625		„ 26 11,2	„ 26 23,2	13 46,4	13 48,4	
	82,0	72,25	71,675		„ 33 10,0	„ 32 57,2	13 45,2	13 44,8	
	62,5	71,10			„ 39 57,6	„ 40 11,6			
	79,7								
Null.	79,7	65,50	64,650	64,5500	bei 64,5	bei 65,5	bei 64,5	bei 65,5	408,140
	51,3	63,80	64,450		IX 46 55,2	IX 46 46,0	13 36,4	13 34,0	
	76,3	65,10			„ 53 41,6	„ 53 52,4			
	53,9				X 0 31,6	X 0 20,0			
Plus.	53,9	70,25	71,225	71,3250	bei 71,5	bei 72,5	bei 71,5	bei 72,5	411,225
	86,6	72,20	71,425		X 7 27,6	X 7 35,6	13 42,8	13 44,8	
	57,8	70,65			„ 14 16,4	„ 14 8,8			
	83,5				„ 21 10,4	„ 21 20,4			
Null.	83,5	65,65	64,575	64,4500	bei 64,5	bei 65,5	bei 64,5	bei 65,5	408,850
	47,8	63,50	64,325		X 28 6,0	X 27 58,4	13 37,6	13 35,6	
	79,2	65,15			„ 34 55,2	„ 35 3,6			
	51,1				„ 41 43,6	„ 41 34,0			
Plus.	51,1	69,85	70,950	71,0625	bei 71,5	bei 72,5	bei 71,5	bei 72,5	410,787
	88,6	72,05	71,175		X 48 42,4	X 48 49,2	13 42,8	13 45,6	
	55,5	70,30			„ 55 30,8	„ 55 21,6			
	85,1				XI 2 25,2	XI 2 34,8			

Mittlerer Stand bei genäherter Masse 71,6625

71,3250

71,0625

Mittel 71,3500

Mittlerer Stand bei entfernter Masse 64,5500

64,4500

Mittel 64,5000

$$B = 6,8500.$$

$$E = 179,998 - \frac{71,35 - 48,95}{9,0383} = 177,520$$

Bei genäherter Masse $N = 412,567$
 $411,225$
 $410,787$

Mittel $411,526$

Corrigirt $409,757$

Bei entfernter Masse $N = 408,140$
 $408,850$

Mittel $408,495$

Das Mittel aus beiden $409,126$

Corrigirt $409,331$

$$D = \alpha \cdot \frac{409331^2}{177520^2 \cdot 6,8500} = 5,4950. \quad 5 \text{ Beobachtungen.}$$

C. Die westliche Masse auf der negativen (nördlichen) Seite.

Bei $77,1 \text{ E} = 173,575$; — bei $23,9 \text{ E} = 167,767$ und danach
 „ „ „ $= 173,653$

Mittel bei $77,1 \text{ E} = 173,614$.

Versuch. 6. Juli 15.

Lage der westl. Masse.	Beobachtete Extreme.	1s	2s	Mitt- lerer Stand.	Beobachtete Zeit.		2 N.		N. für den mittl. Stand. Sekund.
		Mittel.			St.Min.Sek.	St.Min.Sek.	Min. Sek.	Min.Sek	
Null.	77,6 5,9 69,1 13,3 62,6 19,5 57,6	41,75 37,50 41,20 37,95 41,05 38,55	39,625 39,350 39,575 39,500 39,800	39,5700	bei 39,5 X 28 2,6 „ 34 52,2 „ 41 42,8 „ 48 29,2	bei 40,5 X 27 57,8 „ 34 57,6 „ 41 36,6 „ 48 35,6	bei 39,5 13 40,2 13 37,0 13 38,6	bei 40,5 13 38,8 13 38,0 13 38,4	409,293
Minus.	57,6 9,2 51,4 13,8	33,40 30,30 32,60	31,850 31,450	31,6500	bei 31,5 X 55 25,2 XI 2 14,0 „ 9 6,8	bei 32,5 X 55 19,6 XI 2 20,6 „ 8 58,8	bei 31,5 13 41,6	bei 32,5 13 39,2	410,620
Null.	13,8 61,2 19,9 56,6	37,50 40,55 38,25	39,025 39,400	39,2125	bei 38,5 XI 15 54,4 „ 22 50,8 „ 29 29,2	bei 39,5 XI 15 59,2 „ 22 44,8 „ 29 35,2	bei 38,5 13 34,8	bei 39,5 13 36,0	407,827

Mittlerer Stand bei genäherter Masse $31,6500$

Mittlerer Stand bei entfernter Masse $39,5700$

$39,2125$

Mittel $39,3912$

$$B = 7,7412.$$

$$E = 173,614 - \frac{77,1 - 31,65}{9,0383} = 168,585$$

Bei genäherter Masse N = 410,620

Corrigirt 408,854

Bei entfernter Masse N = 409,293

407,827

Mittel 408,560

Das Mittel aus beiden 408,707

Corrigirt 408,911

$$D = \alpha \cdot \frac{408911^2}{168585^2 \cdot 7,7412} = 5,3804. \quad 3 \text{ Beobachtungen.}$$

Versuch 7. Juli 15.

Lage der westl. Masse.	Beobachtete Extreme.	1tes	2tes	Mitt- lerer Stand.	Beobachtete Zeit.		2 N.		N. für den mittl. Stand.
		Mittel.			St.Min.Sek.	St.Min.Sek.	Min. Sek.	Min. Sek.	
Null.	26,8 104,3 36,4 96,6 43,3 90,7	65,55 70,35 66,50 69,95 67,00	67,950 68,425 68,225 68,475	68,2688	bei 66,5 II 49 56,4 „ 56 30,8 III 3 37,6 „ 10 6,8	bei 67,5 II 49 52,4 „ 56 35,0 III 3 33,0 „ 10 12,0	bei 66,5 13 41,2 13 36,0 13 38,6	bei 67,5 13 40,6 13 37,0 13 38,8	409,477
Minus.	13,4* 102,7 23,7 93,8 32,0	58,05 63,20 58,75 62,90	60,625 60,975 60,825	60,8083	bei 60,5 III 46 30,8 „ 53 20,8 IV 0 13,4 „ 7 2,4 „ 13 57,2	bei 61,5 III 46 28,0 „ 53 23,8 IV 0 10,0 „ 7 5,6 „ 13 53,0	bei 60,5 13 42,6 13 41,6 13 43,8 13 42,667	bei 61,5 13 42,0 13 41,8 13 43,0 13 42,267	411,272
ull.	32,0 100,5 40,4 93,8	66,25 70,45 67,10	68,350 68,775	68,5625	bei 67,5 IV 20 43,4 „ 27 41,6 „ 34 19,4	bei 68,5 IV 20 47,0 „ 27 38,0 „ 34 24,8	bei 67,5 13 36,0	bei 68,5 13 37,8	408,956
Minus.	93,8 32,5 86,3 38,4	63,15 59,40 62,35	61,275 60,875	61,0750	bei 60,5 IV 41 22,4 „ 48 7,6 „ 55 3,4	bei 61,5 IV 41 18,0 „ 48 12,8 „ 54 57,8	bei 60,5 13 41,0	bei 61,5 13 39,8	410,155

Nach Beendigung dieser Versuchsreihe fand sich das Fernrohr etwas, und zwar um 2,0 Theile, verrückt, so dass alle beobachtete Skala-

* Bei der Bewegung der Masse aus Null im Minus stösst sie an das Gehäuse, dieses trifft den Arm, der eine Zeitlang an beiden Seiten anschlagend hin und her schwingt; nachdem er sich so weit beruhigt hat, dass er nicht mehr an die Schrauben anstösst, giebt er die folgenden Resultate.

lentheile um so viel vergrößert werden müssen. Sollte diese Correction etwas fehlerhaft sein, so hat dieses nur auf die Bestimmung von E einen unbedeutenden Einfluss.

Mittlerer Stand bei genäherter Masse 62,8083
63,0750

Mittel 62,9416

Mittlerer Stand bei entfernter Masse 70,2688
70,5625

Mittel 70,4156

B = 7,4740.

E = 173,614 — $\frac{77,1 - 62,9416}{9,0383}$ = 172,048

Bei genäherter Masse N = 411,272
410,155

Mittel 410,713

Corrigirt 408,947

Bei entfernter Masse N = 409,477
408,956

Mittel 409,217

Das Mittel aus beiden 409,082

Corrigirt 409,287

D = $\alpha \cdot \frac{409287^2}{172048^2 \cdot 7,4740}$ = 5,3605. 4 Beobachtungen.

Versuch 8. Juli 18.

Lage der westl. Masse.	Beobachtete Extreme.	1tes	2tes	Mitt- lerer Stand.	Beobachtete Zeit.		2 N.		N. für den mittl. Stand.
		Mittel.			St.Min.Sek.	St.Min.Sek.	Min.	Sek.	Sekund.
Minus.	42,2 9,7 38,2 13,0 35,0 15,6	25,95 23,95 25,60 24,00 25,30	24,950 24,775 24,800 24,650	24,7938	bei 24,5 IX 38 44,0 „ 45 40,4 „ 52 29,2 „ 59 22,8	bei 25,5 IX 38 53,2 „ 45 30,6 „ 52 39,6 „ 59 10,4	bei 24,5 13 45,2 13 42,4 13 43,8	bei 25,5 13 46,4 13 39,8 13 43,1	411,797
Null.	15,6 47,0 19,5 44,2 22,5 41,6	31,30 33,25 31,85 33,35 32,05	32,275 32,550 32,600 32,700	32,5313	bei 32,5 X 6 17,6 „ 13 2,4 „ 19 52,0 „ 26 43,2 „ 33 29,2	bei 33,5 X 6 26,0 „ 12 52,8 „ 20 2,8 „ 26 32,4 „ 33 43,2	13 34,4 13 40,8 13 37,2 13 37,467	13 36,8 13 39,6 13 40,4 13 38,933	408,756

Mittlerer Stand bei genäherter Masse 24,7938

Mittlerer Stand bei entfernter Masse 32,5313

B = 7,7375.

$$E = 173,614 - \frac{77,1 - 24,7938}{9,0383} = 167,827$$

Bei genäherter Masse $N = 411,797$

Corrigirt 410,026

Bei entfernter Masse $N = 408,756$

Das Mittel aus beiden 409,391

Corrigirt 409,596

$$D = \alpha \frac{409596^2}{167827^2 \cdot 7,7375} = 5,4506. \quad 2 \text{ Beobachtungen.}$$

Versuch 9. Juli 18.

Lage der westl. Masse.	Beobachtete Extreme.	1tes	2tes	Mitt- lerer Stand.	Beobachtete Zeit.	2 N.				N. für den mittl. Stand.
		Mittel.				St.Min.Sek.	St.Min.Sek.	Min. Sek.	Min. Sek.	Sekund.
Minus.	29,3 24,5 28,9 25,3	26,90 26,70 27,10	26,800 26,900	26,8500	Zeitbestimmungen wegen zu kleiner Schwingungen unthunlich.					
Null.	25,3 43,2 27,5 41,4	34,25 35,35 34,45	34,800 34,900	34,8500	bei 33,5 III 32 38,0 „ 40 8,0 „ 46 9,6	bei 34,5 III 32 52,0 „ 39 51,6 „ 46 28,4	bei 33,5 13 31,6	bei 34,5 13 36,4		409,040
Minus.	41,4 14,7 37,6 17,0	28,05 26,15 27,30	27,100 26,725	26,9125	bei 26,5 III 53 32,0 IV 0 10,8 „ 7 8,4	bei 27,5 III 53 22,4 IV 0 23,6 „ 6 55,6	bei 26,5 13 36,4	bei 27,5 13 33,2		407,540
Null.	17,0 49,5 21,3 46,6	33,25 35,40 33,95	34,325 34,675	34,5000	bei 34,5 IV 13 58,8 „ 20 46,0 „ 27 32,4	bei 35,5 IV 14 6,8 verfehlt. IV 27 43,2	bei 34,5 13 33,6	bei 35,5 13 36,4		406,800
Minus.	46,6 10,5 42,1 13,9	28,55 26,30 28,00	27,425 27,150	27,2875	bei 26,5 IV 34 33,4 „ 41 10,0 „ 48 14,4	bei 27,5 IV 34 26,0 „ 41 18,2 „ 48 5,2	bei 26,5 13 41,0	bei 27,5 13 39,2		409,791
Null.	13,9 52,5 18,8 48,6 22,4 45,6	33,20 35,65 33,70 35,50 34,00	34,425 34,675 34,600 34,750	34,6125	bei 33,5 IV 54 53,4 V 1 55,2 verfehlt. V 15 37,2 „ 21 59,6	bei 35,5 IV 55 6,4 V 1 40,0 „ 8 45,0 „ 15 17,2 „ 22 21,2	bei 34,5 27 6,2 2 13 42,0 13 36,067	bei 35,5 13 38,6 13 37,2 13 36,2		408,386

Mittlerer Stand bei genäherter Masse 26,8500

26,9125

27,2875

Mittel 27,0167

Mittlerer Stand bei entfernter Masse 34,8500

34,5000

34,6125

Mittel 34,6542

B = 7,6375.

$$E = 173,614 - \frac{77,1 - 27,0167}{9,0383} = 168,073$$

Bei genäherter Masse N = 407,540

409,791

Mittel 408,666

Corrigirt 406,909

Bei entfernter Masse N = 409,040

406,800

408,386

Mittel 408,075

Das Mittel aus beiden 407,492

Corrigirt 407,696

$$D = \alpha \cdot \frac{407696^2}{168073^2 \cdot 7,6375} = 5,4542. \quad 6 \text{ Beobachtungen.}$$

D. Die westliche Masse auf der positiven (südlichen) Seite.

Bei 74,3333 E = 186,483; — bei 68,85 E = 186,75 und danach

„ „ „ = 186,143

Mittel bei 74,3333 E = 186,313.

Versuch 10. Juli 24.

Lage der westl. Masse.	Beobachtete Extreme.	1s	2s	Mitt- lerer Stand.	Beobachtete Zeit.		2. N.		N. für den mittl. Stand. Sekund.
		Mittel.			St.Min.Sek.	St.Min.Sek.	Min. Sek.	Min.Sek	
Plus.	2,8	37,80	39,875	40,0687	bei 39,5	bei 40,5	bei 39,5	bei 40,5	410,657
	72,8	41,95	40,125		IV 1 8,0	IV 1 3,8	13 43,2	13 41,6	
	11,1	38,30	39,975		„ 7 54,8	„ 7 59,6	13 39,2	13 41,2	
	65,5	41,65	40,300		„ 14 51,2	„ 14 45,4	13 41,2	13 41,4	
	17,8	38,95			„ 21 34,0	„ 21 40,8			
	60,1								
Null.	60,1	35,65	34,175	34,0500	bei 32,5	bei 34,5	bei 32,5	bei 34,5	405,092
	11,2	32,70	33,925		IV 28 36,8	IV 28 26,4	13 32,2	13 29,6	
	54,2	35,15			„ 35 10,0	„ 35 21,6			
	16,1				„ 42 9,0	„ 41 56,0			
Plus.	16,1	38,35	39,675	39,7875	Zeitbestimmung verfehlt.				
	60,6	41,00	39,900						
	21,4	38,80							
	56,2								
Null.	56,2	35,15	33,825	33,6750	Zeitbestimmung verfehlt.				
	14,1	32,50	33,525						
	50,9	34,55							
	18,2								

Mittlerer Stand bei genäherter Masse 40,0687
39,7875

Mittel 39,9281

Mittlerer Stand bei entfernter Masse 34,0500
33,6750

Mittel 33,8625

B = 6,0656.

$$E = 186,313 + \frac{74,3333 - 39,9281}{9,0383} = 190,120$$

Bei genäherter Masse N = 410,657

Corrigirt 408,891

Bei entfernter Masse N = 405,092

Das Mittel aus beiden 406,992

Corrigirt 407,195

$$D = \alpha \cdot \frac{407195^2}{190120^2 \cdot 6,0656} = 5,3540. \quad 4 \text{ Beobachtungen.}$$

Versuch 11. Juli 26.

Lage der westl. Masse.	Beobachtete Extreme.	1tes	2tes	Mitt- lerer Stand.	Beobachtete Zeit.		2 N.		N. für den mittl. Stand. Sekund
		Mittel.			St.Min.Sek.	St.Min.Sek.	Min. Sek.	Min.Sek.	
Null.	79,7 38,2 75,2 42,6	58,95 56,70 58,90	57,825 57,800	57,8125	bei 55,5 IX 56 49,6 X 3 8,8 „ 10 33,4	bei 57,5 IX 56 37,2 X 3 23,6 „ 10 17,2	bei 55,5 13 43,8	bei 57,5 13 40,0	409,703
Plus.	42,6 82,8 47,6 79,0	62,76 65,20 63,30	63,950 64,250	64,1000	bei 63,5 X 17 3,6 „ 24 2,0 „ 30 41,2	bei 64,5 X 17 10,0 „ 23 54,8 „ 30 49,2	bei 63,5 13 37,6	bei 64,5 13 39,2	409,280
Null.	79,0 39,9 74,4 43,7	59,45 57,15 59,05	58,300 58,100	58,2000	bei 57,5 X 37 41,6 „ 44 21,2 „ 51 19,4	bei 58,5 X 37 35,0 „ 44 28,4 „ 51 10,4	bei 57,5 13 37,8	bei 58,5 13 35,4	408,060
Plus.	43,7 verf. 48,1 78,2 51,5 75,1	63,15 64,85 63,30	64,000 64,075	64,0375	bei 63,5 X 58 3,4 XI 5 1,2 „ 11 42,4 „ 18 43,6 „ 25 21,8	bei 64,5 X 58 10,2 XI 4 53,4 „ 11 51,2 „ 18 34,0 „ 25 33,2	bei 63,5 13 39,0 13 42,4 13 39,4 13 40,267	bei 64,5 13 41,0 13 40,6 13 42,0 13 41,2	410,384

Mittlerer Stand bei genäherter Masse 64,1000
64,0375

Mittel 64,0687

Mittlerer Stand bei entfernter Masse 57,8125
58,2000

Mittel 58,0062

$$B = 6,0625.$$

$$E = 186,313 + \frac{74,3333 - 64,0687}{9,0383} = 187,449$$

Bei genäherter Masse N = 409,280
410,384

Mittel 409,832

Corrigirt 408,070

Bei entfernter Masse N = 409,703
408,060

Mittel 408,882

Das Mittel aus beiden 408,476

Corrigirt 408,680

$$D = \alpha \cdot \frac{408680^2}{187449^2 \cdot 6,0625} = 5,5507. \quad 4 \text{ Beobachtungen.}$$

Versuch 12. Juli 26.

Lage der westl. Masse.	Beobachtete Extreme.	1tes	2tes	Mitt- lerer Stand.	Beobachtete Zeit.		2 N.		N. für den mittl. Stand. Sekund.
		Mittel.			St.Min.Sek.	St.Min.Sek.	Min. Sek.	Min. Sek.	
Plus.	0,8 84,1 9,6 75,3 17,5 68,2	42,45 46,85 42,45 46,40 42,85	44,650 44,650 44,425 44,625	44,5875	bei 43,5 I 43 4,4 „ 49 47,2 „ 56 46,0 II 3 26,4	bei 44,5 I 43 0,8 „ 49 51,2 „ 56 41,6 II 3 31,2	bei 43,5 13 41,6 13 39,2 13 40,4	bei 44,5 13 40,8 13 40,0 13 40,4	410,200
Null.	68,2 11,8 61,2 17,5	40,00 36,50 39,35	38,250 37,925	38,0875	bei 37,5 II 10 24,8 „ 17 6,8 „ 24 1,6	bei 38,5 II 10 20,0 „ 17 12,4 „ 23 55,2	bei 37,5 13 36,8	bei 38,5 13 35,2	407,930
Plus.	17,5 verf. 23,4 62,1 28,4 58,2	42,75 45,25 43,30	44,000 44,275	44,1375	bei 43,5 II 30 47,2 „ 37 42,8 „ 44 26,8 „ 51 25,2 „ 58 3,2	bei 44,5 II 30 52,4 „ 37 36,8 „ 44 33,2 „ 51 18,4 „ 58 12,4	bei 43,5 13 39,6 13 42,4 13 36,4 13 39,467	bei 44,5 13 40,3 13 41,6 13 39,2 13 40,533	410,073
Null.	58,2 20,3 53,5 24,3	39,25 36,90 38,90	38,075 37,900	37,9875	bei 37,5 III 5 4,4 „ 11 44,0 „ 18 42,4	bei 38,5 III 4 57,6 „ 11 52,8 „ 18 33,2	bei 37,5 13 38,0	bei 38,5 13 35,6	408,415
Plus.	24,3 61,4 28,7 57,5	42,85 45,05 43,10	43,950 44,075	44,0125	bei 43,5 III 25 23,6 „ 32 21,2 „ 39 2,0	bei 44,5 III 25 30,8 „ 32 13,2 „ 39 11,2	bei 43,5 13 38,4	bei 44,5 13 40,4	409,712
Null.	57,5 verf. verf. 24,0 49,4 27,2 46,7	36,70 38,30 36,95	37,500 37,625	37,5625	bei 37,5 III 46 0,8 verfehlt. III 59 34,8 IV 6 23,6 „ 13 13,2 „ 19 59,2	bei 38,5 III 45 53,2 verfehlt. III 59 25,0 IV 6 34,4 „ 13 0,4 „ 20 13,2	bei 37,5 13 34,0 13 38,4 13 35,6 13 36,0	bei 38,5 13 31,8 13 35,4 13 38,8 13 35,333	407,979

Nach Beendigung des Versuchs zeigte sich das Fernrohr um 2,0 verrückt, weshalb alle beobachtete Skalentheile um so viel vermehrt werden müssen.

Mittlerer Stand bei genäherter Masse 46,5875

46,1375

46,0125

Mittel 46,2458

Mittlerer Stand bei entfernter Masse 40,0875

39,9875

39,5625

Mittel 39,8792

B = 6,3666

$$E = 186,313 + \frac{74,333 - 46,2458}{9,0383} = 189,422$$

Bei genäherter Masse N = 410,200

410,073

409,712

Mittel 409,995

Corrigirt 408,232

Bei entfernter Masse N = 407,930

408,415

407,979

Mittel 408,108

Das Mittel aus beiden 408,170

Corrigirt 408,374

408374²

$$D = \alpha \cdot \frac{408374^2}{189422^2 \cdot 6,3666} = 5,1683. \quad 6 \text{ Beobachtungen.}$$

Versuch 13. Juli 27.

Lage der westl. Masse.	Beobachte te Extreme.	1tes	2tes	Mitt- lerer Stand.	Beobachtete Zeit.						2 N.			N. für den mittlern Stand.
		Mittel.			St.Min.Sek.	St.Min.Sek.	St.Min.Sek.	Min. Sek.	Min. Sek.	Min. Sek.	Sekund.			
Null.	88,0	50,35	48,150	47,9583	bei 47,5	bei 48,5	bei 49,5	bei 47,5	bei 48,5	bei 49,5	bei 47,5	bei 48,5	bei 49,5	409,709 409,532 410,129 409,790
	12,7	45,95	47,900		II 12 29,2	II 12 33,2	13 39,2	13 46,8	13 48,4					
	79,2	49,85	48,100		„ 19 25,0	„ 19 20,2	13 39,2	13 36,2	13 34,6					
	20,5	46,35	47,850		II 26 11,6	„ 26 16,0	13 39,2	13 40,8	13 42,0					
	72,2	49,35	47,975		„ 33 6,8	„ 33 1,2	13 38,4	13 36,8	13 34,8					
	26,5	46,60	47,775		„ 39 50,8	„ 39 56,8	13 38,8	13 40,15	13 39,95					
Plus.	66,7	48,95		„ 46 45,2	„ 46 38,0	„ 46 29,6								
	31,2	52,55	53,825	bei 53,5	bei 54,5		bei 53,5	bei 54,5				410,012		
	73,9	55,10	54,000	II 53 30,8	II 53 37,2		13 39,2	13 41,2						
Null.	36,3	52,90		III 0 25,6	III 0 19,0									
	69,5	48,95	47,675	„ 7 10,0	„ 7 18,4		bei 47,5	bei 48,5		bei 47,5	bei 48,5		407,565	
	28,4	46,40	47,425	„ 27 39,6	„ 27 32,0		13 35,2	13 33,8						
	64,4	48,45												
	32,5													

Mittlerer Stand bei genäherter Masse 53,9125

Mittlerer Stand bei entfernter Masse 47,9583

47,5500

Mittel 47,7541

$$B = 6,1584$$

$$E = 186,313 + \frac{74,3333 - 53,9125}{9,0383} = 188,572$$

Bei genäherter Masse N = 410,012

Corrigirt 408,249

Bei entfernter Masse N = 409,790

407,565

Mittel 408,677

Das Mittel aus beiden 408,463

Corrigirt 408,667

$$D = \alpha \cdot \frac{408667^2}{188572^2 \cdot 6,1584} = 5,3991. \quad 3 \text{ Beobachtungen.}$$

Versuch 14. Juli 30.

Lage der westl. Masse.	Beobachtete Extreme.	1tes	2tes	Mitt- lerer Stand.	Beobachtete Zeit.		2 N.		N. für den mittl. Stand.
		Mittel.							Sekund.
					St.Min.Sek.	St.Min.Sek.	Min. Sek.	Min. Sek.	
Plus.	95,2				bei 74,5	bei 75,5	bei 74,5	bei 75,5	410,854
	56,8	76,00	74,925		IV 27 36,8	IV 27 30,8	13 45,6	13 41,6	
	90,9	73,85	74,875	74,9583	„ 34 21,2	„ 34 29,2	13 38,0	13 41,6	
	60,9	75,90	75,075		„ 41 22,4	„ 41 12,4			
	87,6	74,25			„ 47 59,2	„ 48 10,8	13 41,8	13 41,6	
Null.	87,6				bei 68,5	bei 69,5	bei 68,5	bei 69,5	407,388
	52,4	70,00	68,875	68,7125	IV 55 0,4	IV 54 53,6			
	83,1	67,75	68,550		verfehlt.	V 1 56,0	13 35,2	13 33,2	
	55,6	69,35			V 8 35,6	„ 8 26,8			
Plus.	55,6				bei 74,5	bei 75,5	bei 74,5	bei 75,5	410,092
	91,4	73,50	74,575	74,6750	V 15 24,8	V 15 32,0			
	59,9	75,65	74,775		„ 22 20,0	„ 22 11,8	13 39,8	13 42,0	
	87,9	73,90			„ 29 4,6	„ 29 14,0			
Null.	87,9				bei 68,5	bei 69,5	bei 68,5	bei 69,5	408,050
	51,4	69,65	68,550	68,4375	V 36 0,4	V 35 52,8			
	83,5	67,45	68,325		„ 42 49,2	„ 42 57,2	13 36,0	13 34,4	
	54,9	69,20			„ 49 36,4	„ 49 27,2			

Mittlerer Stand bei genäherter Masse 74,9583

74,6750

Mittel 74,8167

Mittlerer Stand bei entfernter Masse 68,7125

68,4375

Mittel 68,5750

$$B = 6,2417$$

$$E = 186,313 - \frac{74,8167 - 74,3333}{9,0383} = 186,260$$

Bei genäherter Masse $N = 410,854$

410,092

Mittel 410,473

Corrigirt 408,708

Bei entfernter Masse $N = 407,388$

408,050

Mittel 407,719

Das Mittel aus beiden 408,214

Corrigirt 408,418

$$D = \alpha \cdot \frac{408418^2}{186260^2 \cdot 6,2417} = 5,4534. \quad 4 \text{ Beobachtungen.}$$

Wiederholung der Hauptresultate.

Nummer des Versuchs.	N	E	B	D	Anzahl der Beobach- tungen.
1	404,717	170,155	7,1562	5,5967	5
2	403,324	173,185	6,9375	5,5346	3
3	403,001	180,128	6,2250	5,6926	4
4	409,366	178,965	6,9563	5,3249	4
5	409,331	177,520	6,8500	5,4950	5
6	408,911	168,585	7,7412	5,3804	3
7	409,287	172,048	7,4740	5,3605	4
8	409,596	167,827	7,7375	5,4506	2
9	407,696	168,073	7,6375	5,4542	6
10	407,195	190,120	6,0656	5,3540	4
11	408,680	187,449	6,0625	5,5507	4
12	408,374	189,422	6,3666	5,1683	6
13	408,667	188,572	6,1584	5,3991	3
14	408,418	186,260	6,2417	5,4534	4

Das Mittel hieraus ist, wenn man den Versuchen einen der Anzahl der einzelnen Beobachtungen proportionalen Werth beilegt,

5,43

mit einem wahrscheinlichen Fehler = 0,0233.

Versuch mit einer Masse von Gusseisen. August 14.

Anstatt der westlichen Bleimasse wurde die zweite Gusseisen-
masse angehängt, und damit eine Reihe Beobachtungen auf der nördli-
chen (negativen) Seite angestellt. Die Kugel wiegt 30021 Gramm;
die Correctionen betragen + 0,00087 wie früher; — 0,00068 wie frü-
her; $+\frac{10}{30021} = 0,00033$; $+\frac{12,41}{30021} = 0,00041$, oder 0,00093. Es
ist daher eine Masse $M = 1,00093 \cdot 30021 = 30049$ in Rechnung zu
bringen. Daher

$$\alpha = \frac{3 \cdot 30049 \cdot 993,95 \cdot 4523 \cdot 484,213}{4 \cdot \pi \cdot 6364624000 \cdot 1000,85 \cdot 0,001 \cdot 518,927} = 4,7241;$$

$$\log \alpha = 0,6743209.$$

Die Correction der Schwingungszeiten bei genäherter Masse ist wegen
der kleinern Masse mit $\frac{30049}{45031} = 0,667$, und wegen veränderter Ent-
fernung der Masse von der Kugel mit $\frac{177^2}{171^2} = 1,071$ zu multipliciren,
beträgt daher — 0,0031. Die Correction der Schwingungszeit wegen
Anziehung des Gehäuses und wegen Fehlers der Uhr beträgt wie
früher + 0,0005.

1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
10	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
12	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
13	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
14	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
15	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
16	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
17	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
18	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
19	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
20	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

E = 172,45 bei 69,3.

Lage der westl. Masse.	Beobachtete Extreme.	1tes	2tes	Mitt- lerer Stand.	Beobachtete Zeit.		2 N.		N. für den mittl. Stand. Sekund.
		Mittel.							
					St.Min.Sek.	St.Min.Sek.	Min. Sek.	Min. Sek.	
Minus.	62,4 49,2 60,6 50,5	55,80 54,90 55,55	55,350 55,225	55,2875	bei 55,5 VIII 15 31,6 „ 22 28,4 „ 29 8,0	bei 56,5 VIII 15 12,0 „ 22 50,8 „ 28 41,2	bei 55,5 13 36,4	bei 56,5 13 29,2	408,965
Null.	50,5 68,9 53,1 67,4 54,6 66,1	59,70 61,00 60,25 61,00 60,35	60,350 60,625 60,625 60,675	60,5687	bei 59,5 VIII 35 48,4 „ 43 2,8 „ 49 14,8 nicht beobachtet. IX 2 45,2	bei 60,5 VIII 36 3,2 „ 42 46,8 „ 49 32,8 achtet. IX 3 8,0	bei 59,5 13 26,4 13 30,4 13 28,4	bei 60,5 13 29,6 13 35,2 13 32,4	406,337
Minus.	66,1 46,5 63,1 47,8	56,30 54,80 55,45	55,550 55,125	55,3375	Zeitbestimmung verfehlt.				
Null.	47,8 70,2 50,5 68,3	59,00 60,35 59,40	59,675 59,875	59,7750	Zeitbestimmung verfehlt.				
Minus.	68,3 43,6 65,1 45,8	55,95 54,35 55,45	55,150 54,900	55,0250	bei 54,5 IX 50 59,6 „ 57 36,4 X 4 35,6	bei 55,5 IX 50 49,2 „ 57 48,8 X 4 21,2	bei 54,5 13 36,0	bei 55,5 13 32,0	406,950
Null.	45,8 72,2 49,3 69,7	59,00 60,75 59,50	59,875 60,125	60,0000	bei 59,5 X 11 20,0 „ 18 15,2 „ 24 49,6	bei 60,5 X 11 30,8 „ 18 2,8 „ 25 3,2	bei 59,5 13 29,6	bei 60,5 13 32,4	405,500

Mittlerer Stand bei genäherter Masse **55,2875**

55,3375

55,0250

Mittel **55,2167**

Mittlerer Stand bei entfernter Masse **60,5687**

59,7750

60,0000

Mittel **60,1146**

B = 4,8979.

$$E = 172,45 - \frac{69,3 - 55,2167}{9,0383} = 170,892$$

Bei genäherter Masse $N = 408,965$

406,950

Mittel 407,957

Corrigirt 406,692

Bei entfernter Masse $N = 406,337$

405,500

Mittel 405,919

Das Mittel aus beiden 406,305

$$D = \alpha \cdot \frac{406305^2}{170892^2 \cdot 4,8979} = 5,4522. \quad 6 \text{ Beobachtungen.}$$

Die Uebereinstimmung dieses Ergebnisses mit dem Hauptresultate ist so gross, dass man sie zum Theil auf Rechnung des Zufalles zu setzen hat. Nichts desto weniger zeigt dasselbe zur Genüge, dass die Anziehung des Eisens von der des Bleies nicht verschieden ist, und also auch etwaige magnetische Einwirkungen nicht Statt gefunden haben.

Ueber die etwa noch vorhandenen Fehler.

Der Ausdruck, welcher nach den vorliegenden Untersuchungen die mittlern Dichtigkeit der Erde giebt, oder $\alpha \cdot \frac{N^2}{E^2 B}$, besteht aus einem constanten und einem von einem Versuche zum andern veränderlichen Factor.

Der letztere ist wieder aus drei Factoren zusammengesetzt, die mit sehr verschiedener Genauigkeit bestimmt wurden.

Was N oder die Schwingungsdauer betrifft, so ist deren Bestimmung an und für sich sehr genau; die Beobachtungen einer doppelten Schwingung können kaum um einen Chronometerschlag oder 0,4 Secunden unrichtig sein, was für die einfache Schwingung nur einen Fehler von 0,2 Sekunden gäbe, der dadurch, dass man erstlich das Mittel aus zwei oder drei Reihen, dann aber aus 2 bis 6 solchen Bestimmungen nimmt, noch weiter herabgebracht wird. Dennoch kann er in dem Falle, dass der mittlere Stand nicht zwischen, sondern neben die beiden beobachteten Punkte fällt, grösser werden. Bisweilen hat auch der Arm eine etwas unregelmässige Bewegung gehabt, was ebenfalls die Zeit-

bestimmung unsicherer macht. In keinem Falle, glaube ich, hat der Fehler die Grösse von 1 Sekunde erreicht, und dieses würde das Resultat eines einzelnen Versuchs erst um $\frac{1}{200}$ unrichtig machen, im mittlern Hauptresultate aber ganz verschwinden. — Sieht man jedoch die einzelnen Werthe von N in der Tabelle S. 59 an, so zeigen sie, von 403 bis 409,6 variirend, eine Verschiedenheit, die viel weiter geht, und sicher in Beobachtungsfehlern ihren Grund nicht hat. Sie wird noch weit bedeutender, wenn man die frühern, vorläufigen, in der Arbeit nicht benutzten Beobachtungen berücksichtigt. Nachdem nemlich am 9. Febr. 1836 die später immer beibehaltenen Kugeln an den Arm gehängt worden waren, beobachtete ich im März 1836 die Schwingungszeit von 394,4 bis 402,1 Sekunden. Die Beobachtungen wurden, weil andere Vorrichtungen noch fehlten, längere Zeit unterbrochen, und gaben durch 10 Versuche im November 1836 die Schwingungszeit von 377,3 bis 393,2 variirend. Nun wurden Kugeln von dem halben Gewichte der erstern angehängt, weil ich die Absicht hatte, das Trägheitsmoment des Armes dadurch zu bestimmen, dass ich abwechselnd leichtere und schwerere Kugeln an demselben schwingen liess; der Erfolg zeigte dieses jedoch unausführbar, indem die Schwingungszeit der kleinen Kugeln anfänglich 244 bis 246 Sekunden, aber 2 Wochen später, und zwar nachdem der Arm einige Tage unbelastet gewesen war, 296 bis 299 Sekunden betrug. Es ergiebt sich hieraus, dass der Draht, wenn seine Belastung wechselt, Aenderungen in seiner Torsionskraft unterworfen ist, die erst nach längerer Zeit aufhören; und zwar scheint die Torsionskraft langsam durch eine grössere Belastung zu wachsen, dagegen schnell wieder abzunehmen, wenn die Gewichte eine kurze Zeit hinweggenommen wurden. Deshalb liess ich vom Januar 1837 an den Draht sorgfältig immer derselben Belastung ausgesetzt. Im Februar fand ich die Schwingungsdauer etwa 450 Sek., und von dieser Zeit an allmählig, wiewohl nicht regelmässig abnehmend, bis sie im Juni auf 403 Sek. herabkam, jedoch nachher wieder etwas stieg. — Den Beobachtungen, glaube ich, thut indessen diese Veränderlichkeit des Drahtes keinen Eintrag, denn es wurde ja jedes Mal durch die Schwingungszeit die Torsionskraft des Drahtes gleichzeitig mit der Einwirkung der Masse

gemessen. Zum Beweise dafür seien hier die Resultate einer Messung vom 24. April 1837 angeführt. Man erhielt $N = 438$, $B = 8,3$ und $D = 5,44$, woraus ersichtlich ist, dass ohngeachtet der grossen Schwingungszeit doch ein gutes Resultat erhalten wurde, weil dafür auch die Ablenkung B grösser gefunden wird. Auch Cavendish fand solche Unregelmässigkeiten in den Schwingungszeiten, die ihn nöthigten, dieselben bei jedem Versuche zu beobachten, anstatt sie, wie er anfänglich beabsichtigte, Ein für alle Mal zu bestimmen. — Von diesen allmählig fortschreitenden Veränderungen der Schwingungszeiten ganz verschieden, und auch leicht davon zu unterscheiden, sind die einige Male bemerkten noch weit grössern Anomalien, die durch ein kleines Hinderniss hervorgebracht wurden, das sich dem schwingenden Arme entgegenstellte. In dem engen Gehäuse hatten sich vermuthlich feine Härchen, oder durch Fäulniss gebildete Fäden eingefunden, die sogleich viel kleinere Schwingungszeiten, grosse Unregelmässigkeiten darin, und schnelles Abnehmen der Schwingungsbögen bewirkten. In solchem Falle wurde das Gehäuse sorgfältig gereinigt, namentlich wurden in den engen Röhren, durch welche die die Kugeln tragenden Drähte gingen, alle Fäserchen mittelst eines durchgeschobenen brennenden Lichtes zerstört.

Die Bestimmung von E , oder der Entfernung des Mittelpunctes der Masse vom Mittelpuncte der Kugel dürfte zu keinem merklichen Fehler im Endresultate Veranlassung geben. Dreimal ist es doppelt bestimmt worden, und die grösste Abweichung, die ich erhielt, betrug $0,34^{\text{mm}}$; es ist daher wohl zu viel, wenn man Fehler bis $0,5^{\text{mm}}$ annimmt, und in diesem Falle betrüge der Fehler im Resultate eines einzelnen Versuches $\frac{1}{180}$ bis $\frac{1}{170}$ des Ganzen. Es ist kein Grund vorhanden, dass dieser Fehler immer auf einerlei Seite falle, und sonach wird er im Hauptresultate nicht mehr merklich sein.

Die Grösse B , oder die Grösse, um welche der Arm von der Masse abgelenkt wird, ist ohnstreitig diejenige, welche verhältnissmässig die grössten Fehler zulässt. Die Ursache davon ist nicht, dass die Beobachtung den Stand des Armes nicht genau genug angäbe, denn es wird in dieser Bestimmung wohl schwerlich je um $0,1$ gefehlt sein, da jeder

gebrauchte Werth das Mittel aus wenigstens 4 Ablesungen ist, deren jede bis 0,1 genau sein soll; ein Fehler von 0,1 in B würde aber erst das Resultat der einzelnen Versuche um $\frac{1}{60}$ bis $\frac{1}{70}$ falsch, oder die einzelnen Werthe von D um noch nicht 0,1 differiren machen, womit man sehr zufrieden sein könnte. — Der Grund der grössern Unsicherheit in der Bestimmung von B liegt vielmehr darin, dass der Arm wirklich während der Zeit einer Beobachtung seinen Stand ändert, woran ohne Zweifel ganz geringe Luftströmungen Schuld sein mögen. Wie wenig dazu gehört, in dieser Hinsicht einen merklichen Fehler zu verursachen, davon wird man sich überzeugen, wenn man sich erinnert, dass die ganze von der Masse ausgeübte Anziehung noch nicht $\frac{1}{200}$ Milligramm beträgt, dass daher nur eine Kraft von $\frac{1}{14000}$ Milligramm dazu gehört, den Arm so viel von seiner Gleichgewichtslage abzulenken, dass B um 0,1 falsch wird. Deshalb wurde die Masse fast bei jedem Versuche mehrmals genähert und entfernt, um einen richtigern Mittelwerth für den Stand des Armes in beiden Fällen zu erhalten; deshalb war eine gewisse Anzahl von Versuchen erforderlich, um die übrig gebliebenen Fehler möglichst zu eliminiren.

Wenn durch eine solche Wiederholung der Versuche die durch die Grössen N, E und B entstehenden Fehler verringert werden können, so ist dieses nicht der Fall, wenn in den constanten Factoren, aus denen α besteht, falsche Werthe vorkommen. Es war aber

$$\alpha = \frac{3 \cdot M \cdot l \cdot \mu}{4 \cdot \pi R \cdot r \cdot w} \cdot \frac{m}{m + m' + m''}$$

Von diesen Factoren sind

M das Gewicht der Masse,

l die Länge des einfachen Sekundenpendels,

μ die horizontale Entfernung des Spiegels von der Skale,

R der Halbmesser der Erde,

r die halbe Entfernung zwischen den beiden Aufhängepunkten der Kugeln,

m das Gewicht einer Kugel, und

m' das Gewicht eines Bügels nebst dem Drahte

so genau bestimmt, dass die etwaigen dabei vorkommenden Fehler ohne merklichen Einfluss sind.

Dagegen ist dieses mit m'' , dem auf den Aufhängepunkt der Kugeln reducirten Gewichte des halben Armes weniger der Fall. In seiner Berechnung (conf. S. 29) hat ein Fehler in der Bestimmung der Schwingungszeiten einen sehr grossen Einfluss. Wirklich giebt eine frühere, ähnliche Beobachtung das reducirte Gewicht = 33,8 Gramm, also 1,3 Gr. mehr. — Durch eine ähnliche Rechnung, wie sie Cavendish führte, finde ich dasselbe Gewicht ohne Rücksicht auf das in der Mitte befindliche Messingwerk nebst Spiegel 28,3 Gramm. — Wenn ich nun auch die oben angenommene Grösse von 32,5 Gramm für die auf die sorgfältigsten Beobachtungen sich gründende halte, so bleibt doch eine mögliche Unsicherheit von fast 2 Gramm übrig, welche indessen das Resultat nur um $\frac{1}{300}$ fehlerhaft machen würde.

Die eigentlichen Correctionen sind sämmtlich an und für sich so gering, dass ein möglicher Fehler in denselben keinen merklichen Einfluss auf das Endresultat haben kann.

Zusatz. Die gefundene mittlere Dichtigkeit ist noch um diejenige Grösse zu vermehren, um welche die Schwungkraft der Erde die Schwerkraft vermindert, und daher bei der Breite Freibergs von $50^{\circ} 55'$ mit 1,00137 zu multipliciren, was den gefundenen Werth 5,43 der Grösse 5,44 nahe bringt.

Taf. 1.

B

E

24

H

M

L

F

C

2 Meter

Fig. 3.

P

5

S

P

N

9

9

N

Fig 1



Fig 3

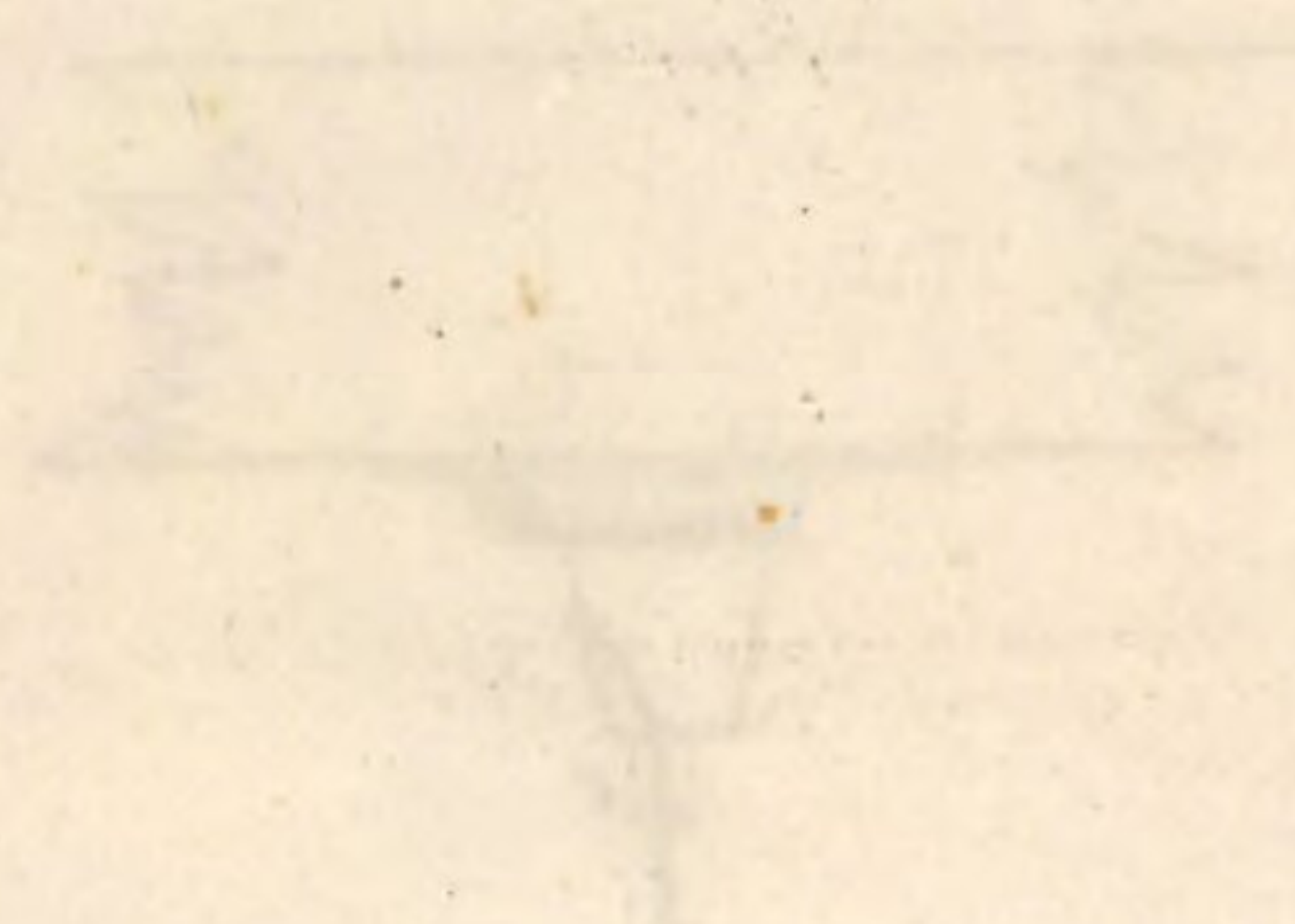


Fig 4

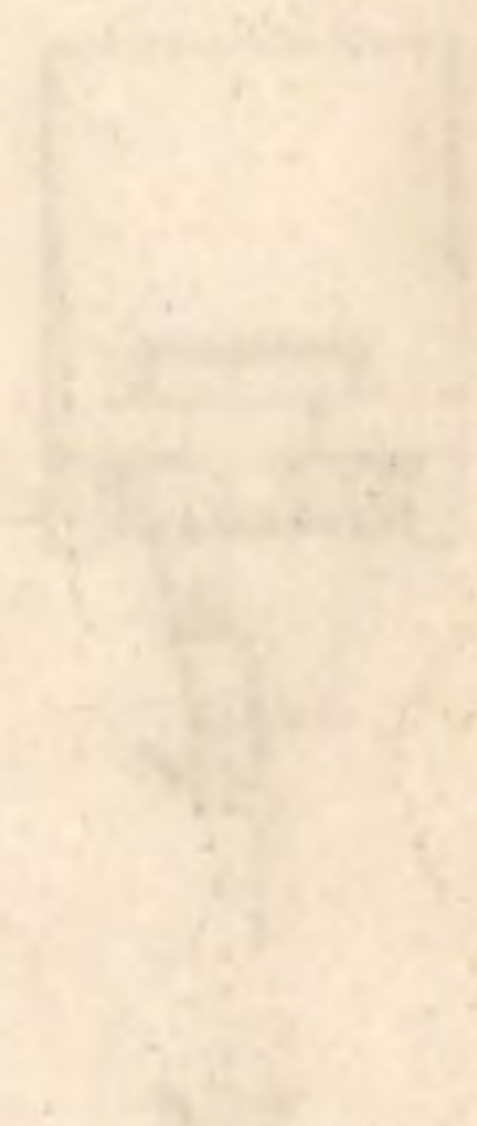


Fig 5



Fig 6



Fig 7



Fig 8

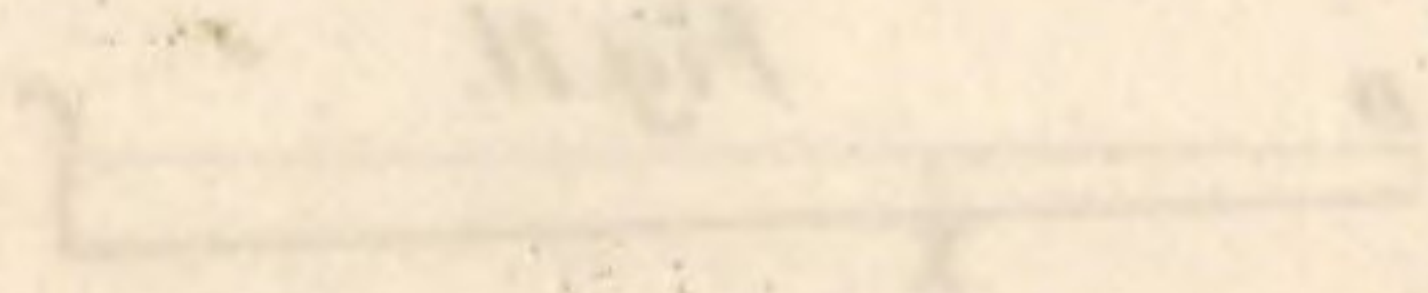
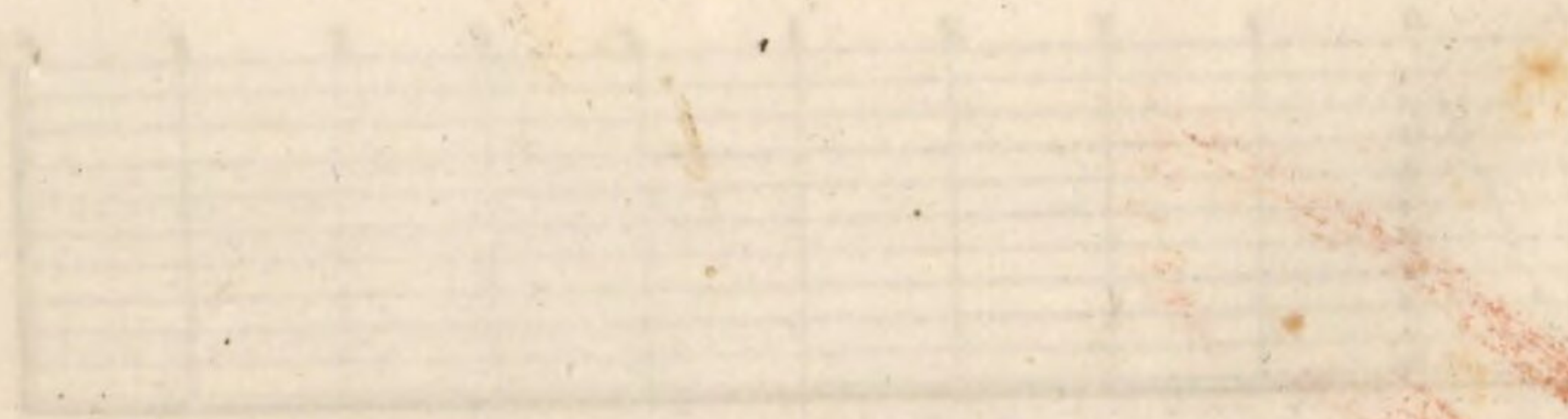


Fig 9



Reich, Ferdinand,

Versuch über die mittlere Dichtigkeit der Erde mittelst der Drehwage Mit 2
lithogr. Taf

Freiburg 1838

Phys.sp. 545 m

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10134563-2